

Глава I

Основни понятия и уравнения на радиотехническата електродинамика

1.1. Максвелови уравнения

През втората половина на 18 век благодарение на изследванията на Кулон, Оершед, Ампер, Фарадей и други учени се натрупва богат експериментален материал в областта на електромагнетизма и се откриват редица закони за електрическите и магнитните взаимодействия. През 1873 г. Джеймс Кларк Максвел обобщава всички известни до този момент факти, а също така и въз основа на някои оригинални теоретични съображения предлага нови постановки. В труда си „Трактат за електричеството и магнетизма“ той създава обща математическа макроскопична теория на електромагнетизма, в основата на която стоят две уравнения, наречени по-късно Максвелови. Оказва се, че тези уравнения са толкова общи и така пълно отразяват всички електромагнитни явления, че вече 100 години те без промяна служат за теоретична основа на електромагнетизма. Засега те не могат да бъдат изведени от никакви по-обща съотношения, затова се въвеждат аксиоматически, но огромното количество експериментални факти не оставят съмнение в тяхната правилност.

Съгласно основните положения на електродинамиката електромагнитното поле се характеризира с четири вектора:

1. Вектор на интензитета на електричното поле $\vec{E}$. Определя се количествено със силата $\vec{F}_e$, с която това поле въздейства върху точковиден положителен заряд с големина q :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}, \quad \frac{\text{V}}{\text{m}}. \quad (1.1)$$

2. Вектор на електрическата индукция $\vec{D}$. Определя се от израза

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + k_e) \vec{E} = \epsilon_a \vec{E}, \quad \frac{\text{C}}{\text{m}^2}, \quad (1.2)$$

където ϵ_0 е диелектричната проницаемост на вакуума; $\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{F}}{\text{m}}$;

ϵ_a — абсолютната диелектрична проницаемост на средата;

k_e — диелектричната възприемчивост;

$\vec{P}$ — векторът на електрическата поляризация.

Диелектричната проницаемост ϵ_a може да бъде скаларна или тензорна величина в зависимост от свойствата на средата.

3. Вектор на магнитната индукция $\vec{B}$. Т. Определя се чрез силата F_m , с която магнитното поле действа на положителен електрически заряд с големина q , движещ се със скорост $\vec{v}$, перпендикулярна на линиите на магнитното поле:

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B}), \quad \text{N}. \quad (1.3)$$

4. Вектор на интензитета на магнитното поле $\vec{H}$, $\frac{\text{A}}{\text{m}}$. Определя се от израза

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} = \mu_0 (1 + k_m) \vec{H} = \mu_a \vec{H}, \quad \text{T}, \quad (1.4)$$

където μ_0 е магнитната проницаемост на вакуума; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$;

μ_a — абсолютната магнитна проницаемост на средата;

k_m — магнитната възприемчивост;

$\vec{M}$ — векторът на магнитната поляризация.

Основните уравнения на електромагнетизма в диференциална и интегрална форма имат вида

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}, \quad \oint \vec{H} d\vec{l} = \int_s \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \right) d\vec{S}; \quad (1.5)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \oint \vec{E} d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} d\vec{S}; \quad (1.6)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho; \quad \oint_s \vec{D} d\vec{S} = q = \int_v \rho dV; \quad (1.7)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0; \quad \oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad (1.8)$$

където $\vec{J}$ е векторът на обемната плътност на електрическия ток на проводимостта, $\frac{\text{A}}{\text{m}^2}$; $\vec{J} = \sigma \vec{E}$;

σ — специфичната проводимост на средата, $\frac{\text{S}}{\text{m}}$;

ρ — обемната плътност на първичните (страничните) ρ_0 и вторичните електрически заряди, $\frac{\text{C}}{\text{m}^3}$.

От тези четири уравнения първите две (Максвелови уравнения) са самостоятелни, а другите две могат да се разглеждат като следствие от тях. Уравненията (1.2) и (1.4) характеризират средата в конкретния случай и също трябва да се отнесат към основната система уравнения на електродинамиката.

При монохроматични¹ полета, когато отсъствуват странични

¹Монохроматичен (гр. едноцветен) — термин, дошъл от оптиката, с който се означава трептене с една честота.

токове и средата е линейна и изотропна, основните уравнения на електродинамиката добиват вида

$$\text{rot } \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J} = (j\omega \epsilon_a + \sigma) \vec{E} = j\omega \epsilon_{\text{ка}} \vec{E}; \quad (1.9)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega \vec{B} = -j\omega \mu_a \vec{H}, \quad (1.10)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho_0; \quad (1.11)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0, \quad (1.12)$$

където

$$\epsilon_{\text{ка}} = \epsilon_a + \frac{\sigma}{j\omega} = \epsilon_a - j \frac{\sigma}{\omega}; \quad \epsilon_{\text{к}} = \frac{\epsilon_{\text{ка}}}{\epsilon_0} = \epsilon - j60 \lambda \sigma \quad (1.13)$$

са абсолютната и относителната комплексна диелектрична проницаемост на средата, а λ е дължината на вълната в свободно пространство.

1.2. Проводници и диелектрици. Параметри на средите

Понятията проводници и диелектрици често се употребяват в смисъл на материали, притежаващи висока, респ. ниска електропроводимост по отношение на постоянен електрически ток или ток със сравнително ниска честота. В областта на електродинамиката обаче понятията проводник и диелектрик се дефинират според преобладаващия ток в материала при дадения конкретен случай — според това, дали преобладава токът на проводимостта J или токът на електрическа индукция $\frac{\partial D}{\partial t}$. От първото Максвелово уравнение (1.5), от (1.9) и от уравнение (1.13) се вижда, че в крайна сметка проводниковите свойства на средата ще зависят от съотношението на диелектричната проницаемост на материала ϵ и произведението $60 \lambda \sigma$, т. е.

$$Q = \frac{\epsilon}{60 \lambda \sigma}. \quad (1.14)$$

Може да се приеме, че когато $Q > 10$, средата е диелектрик, при $Q < 0,1$ средата е проводник, а при $0,1 < Q < 10$ — полупроводник. Според тази дефиниция проводниковите свойства зависят от честотата на електромагнитните вълни — един и същ материал при ниски честоти може да се разглежда като проводник, а при по-високи — като диелектрик.

Основните електромагнитни параметри на някои от най-често срещаните материали и среди са дадени в прил. 3. С изключение на желязото, при тях $\mu = 1$.

1.3. Честотни обхвати

Може да се приеме, че използваните досега в радиоелектрониката електромагнитни вълни имат честота от $3 \cdot 10^{-3}$ до $3 \cdot 10^{16}$ Hz. За удобство при работа те се разделят на честотни обхвати, и подобхвати дадени в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Обхват	Съкратени означения		Честота, Hz	Дължина на вълната, m
	кърплица	латиница		
Свърхдълги мириаметрови вълни	СДВ	VLF (10 ÷ 30 kHz)	$3 \cdot 10^{-3} \div 3 \cdot 10^4$	$10^{10} \div 10^4$
Дълги (километрови) вълни	ДВ	LF	$3 \cdot 10^4 \div 3 \cdot 10^5$	$10^4 \div 10^3$
Средни (хектометрови) вълни	СВ	MF	$3 \cdot 10^5 \div 3 \cdot 10^6$	$10^3 \div 10^2$
Къси (декаметрови) вълни	КВ	HF	$3 \cdot 10^6 \div 3 \cdot 10^7$	$10^2 \div 10^1$
Ултракъси вълни Метрови Дециметрови Сантиметрови Милиметрови Децимилиметрови (субмилиметрови)	УКВ МВ ДМВ СМВ ММВ СММВ	UHF VHF micro-wave	$3 \cdot 10^7 \div 3 \cdot 10^8$ $3 \cdot 10^8 \div 3 \cdot 10^9$ $3 \cdot 10^9 \div 3 \cdot 10^{10}$ $3 \cdot 10^{10} \div 3 \cdot 10^{11}$ $3 \cdot 10^{11} \div 3 \cdot 10^{12}$	$10 \div 1$ $1 \div 10^{-1}$ $10^{-1} \div 10^{-2}$ $10^{-2} \div 10^{-3}$ $10^{-3} \div 10^{-4}$
Оптични вълни Инфрачервени Видими Ултравиолетови	ИЧ УВ	IR UK	$3 \cdot 10^{12} \div 4 \cdot 10^{14}$ $4 \cdot 10^{14} \div 7,5 \cdot 10^{14}$ $7,5 \cdot 10^{14} \div 3 \cdot 10^{15}$	$10^{-4} \div 7,5 \cdot 10^{-7}$ $7,5 \cdot 10^{-7} \div 4 \cdot 10^{-7}$ $4 \cdot 10^{-7} \div 10^{-7}$

1.4. Задачи

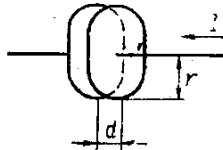
1.1. Да се определи интензитетът на магнитното поле H на разстояние $r = 15$ cm от праволинеен проводник, по който протича постоянен ток $I = 68$ mA.

1.2. Да се определи максималната стойност на синусоиден ток, който може да се пропусне през кондензатор с кръгли плочи с радиус $r = 1,8$ cm (фиг. 1.1), диелектрична проницаемост на диелектрика $\epsilon = 2,26$ и електрическа якост $E_{\text{max}} = 55 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ при честота 1,5 MHz, без да настъпи електрически пробив.

1.3. Да се определи индуктираното напрежение във вторичната намотка на трансформатор с напречно сечение на магнитопровода 2×3 см и индукция $B_m = 1,25$ Т при $f = 50$ Hz, ако бобината има 123 навивки.

1.4. Да се докаже, че третото основно уравнение (1.7) е следствие от първото (1.5), а четвъртото (1.8) — от второто (1.6).

1.5. Положителен заряд $q = 2,6 \cdot 10^{-6}$ С е разпределен равномерно по обема на сфера с радиус $R = 30$ см и диелектрична проникваемост $\epsilon_{сф} = 2,3$. Да се определи интензитетът на електрическото поле E и електрическата индукция D извън сферата на разстояние $r_1 = 4,3$ m от центъра ѝ и в сферата на разстояние $r_2 = 6,2$ см от центъра ѝ. Сферата е поместена във вакуум.



Фиг. 1.1

1.6. Да се начертае зависимостта на параметъра Q от честотата за гетинакс, суха почва, морска вода и мед и се определят честотите, при които тези материали имат проводникови и диелектрични свойства.

1.7. Да се определи какви свойства има влажната почва ($\epsilon = 10, \sigma = 10^{-2} \frac{S}{m}$) при честоти $f = 400$ kHz, 3 MHz и 100 MHz.

1.8. За какви честоти несолената природна вода ($\sigma = 8 \cdot 10^{-3} \frac{S}{m}$) може да се смята за диелектрик.

1.9. Да се определят проводниковите свойства на сухата почва и морската вода за следните обхвати: дълги вълни, средни вълни, къси вълни, метрови вълни, дециметрови вълни и сантиметрови вълни.

Глава II

Основни закони, принципи, теореми и методи на радиотехническата електродинамика

II.1. Енергия на електромагнитното поле. Вектор теорема на Пойнтинг

В макроскопичната електродинамика връзката между векторите на електромагнитното поле и неговата енергия се дава от следните изрази:

1. Объемна плътност на енергията на електрическото поле W_e :

$$W_e = \frac{1}{2} \vec{E} \vec{D}. \quad (2.1)$$

2. Объемна плътност на енергията на магнитното поле W_m :

$$W_m = \frac{1}{2} \vec{H} \vec{B}. \quad (2.2)$$

3. Вектор на Пойнтинг¹ $\vec{P}$, даващ повърхностната плътност на пренасяната мощност

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{P}{S} \vec{n}, \quad (2.3)$$

където P е пренасяната от вълната мощност през дадено напречно сечение S , $\vec{n}$ е единичен вектор на посоката на пренасяне на електромагнитната енергия.

Балансът на енергията във всяка точка на разглежданото пространство се дава с теоремата на Пойнтинг:

$$\text{div} \vec{P} + \frac{\partial W_e}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial t} + \sigma \vec{E}^2 = 0. \quad (2.4)$$

Първото събираемо в (2.4) дава енергията, внасяна или изнасяна чрез електромагнитните вълни; второто и третото събираемо дават промяната на електрическата и магнитната енергия в точката, а четвъртото — енергията, която се преобразува в топлина вследствие на протичащите токове и крайната проводимост. Формула (2.4) в този си вид не отчита наличието на странични токове.

Електромагнитното поле притежава инертна маса, която може да се определи от формулата

$$m = \frac{W}{v^2} = \frac{Pt}{v^2}, \text{ kg},$$

където v е скоростта на разпространение на електромагнитното поле.

II.2. Плоска електромагнитна вълна в неограничена еднородна среда

Теоретично въведеният от Максвел ток на електрическата индукция $\frac{\partial D}{\partial t}$ в първото му уравнение води до важното следствие, че електромагнитното поле може да се разпространява във вид на

¹Термините „вектор на Умов—Пойнтинг“ и „теорема на Умов—Пойнтинг“, които понякога се използват, не са подходящи, тъй като Умов е въвел вектор в областта на аеро- и хидродинамиката, който е количествено и качествено различен от вектора на Пойнтинг $\vec{P}$ [9,13].

електромагнитни вълни. Като използвал теорията на Максвел, през 1886 г. Х. Херц опитно доказал съществуването на тези вълни и изучил основните им свойства.

Според формата на фазовия си фронт електромагнитните вълни биват сферични, цилиндрични и плоски. В област, имаща размери, много по-малки от разстоянието ѝ до излъчвателя, сферичните и цилиндричните вълни могат да се разглеждат като плоски поради което въпросът за разпространение на плоска електромагнитна вълна е от фундаментално значение за електродинамиката и техническите ѝ приложения.

Ако двете части на Максвеловите диференциални уравнения (1.5) и (1.6) се подложат на операциите ротация, след това в получените уравнения се заместят изразите за $\text{rot } \vec{H}$ и $\text{rot } \vec{E}$ от (1.5) и (1.6) и се използва тъждеството $\text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \nabla^2 \vec{A}$ и уравненията (1.7) и (1.8), за среда без заряди се получават уравненията

$$\nabla^2 \vec{H} + \gamma^2 \vec{H} = 0; \quad (2.5)$$

$$\nabla^2 \vec{E} + \gamma^2 \vec{E} = 0,$$

където

$$\gamma = \omega \sqrt{\epsilon_{\text{ка}} \mu_{\text{ка}}} = \beta - j\alpha. \quad (2.6)$$

Ако се предположи, че вълната се разпространява по оста z и векторът $\vec{E}$ има съставка само по оста x , което не намалява общността на разглеждането, а векторът $\vec{H}$ — по оста y , то за (2.5) се получават решения от вида

$$E_x = A e^{-\gamma z} + B e^{\gamma z}; \quad (2.7)$$

$$H_y = \frac{1}{Z_c} (A e^{-\gamma z} - B e^{\gamma z}) \quad (2.8)$$

или

$$E_x = A e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) + B e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z); \quad (2.9)$$

$$H_y = \frac{A}{Z_c} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) - \frac{B}{Z_c} e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z), \quad (2.10)$$

където $Z_c = \sqrt{\frac{\mu_{\text{ка}}}{\epsilon_{\text{ка}}}}$ е характеристичното или вълновото съпротивление на средата,

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{1}{2} [\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + (60\lambda_0 \sigma)^2}]} \quad (2.11)$$

фазовата константа, $\frac{1}{m}$,

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{1}{2} [-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + (60\lambda_0 \sigma)^2}]} \quad (2.12)$$

константата на затихване, $\frac{1}{m}$.

Първите събираеми в десните страни на (2.9) и (2.10) съответствуват на падащата вълна, разпространяваща се от излъчвателя, поместен в началото на координатната система, към приемния пункт, а вторите събираеми съответствуват на отразената вълна, разпространяваща се в обратна посока. Трябва да се има пред вид, че това приемане се отнася за свободно разпространяващи се електромагнитни вълни. При канализиращите системи (вълноводи, дълги линии и др.) по-удобно е началото на координатната система да е в края на вълновода (тъй като товарът в края определя режима по линията) и тогава първите събираеми съответствуват на отразената вълна, а вторите — на падащата.

Важни параметри на разпространението са дължината на вълната $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ и фазовата скорост $v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\text{ка}}}}$, които за идеален диелектрик имат вида

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{\text{ка}}}} \quad \text{и} \quad v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\text{ка}}}}.$$

Може да се докаже, че при проста електромагнитна вълна векторите $\vec{E}$ и $\vec{H}$ са взаимно перпендикулярни, ако средата е без загуби и ако отсъства високочестотен хистерезис на диелектричната и магнитната проницаемост. Но и в този случай при повечето инженерни задачи те могат да се смятат за взаимно перпендикулярни.

II.3. Гранични условия

На границата на две реални среди електромагнитните параметри ϵ , μ и σ най-често се променят скокообразно. Като се имат пред вид и уравненията $\vec{D} = \epsilon_s \vec{E}$ и $\vec{B} = \mu_s \vec{H}$, се вижда, че това води до промяна на някои от векторите $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{H}$ и $\vec{B}$. За удобство на анализа в близост до граничната повърхност тези вектори се разлагат на нормална (с индекс n) и тангенциална (с индекс t) съставки. Съотношенията между тези съставки от двете страни на граничната повърхност се наричат „гранични условия“. Основните четири гранични условия имат вида:

$$E_{t1} = E_{t2}; \quad (2.13)$$

$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s; \quad (2.14)$$

$$H_{t1} - H_{t2} = i_s; \quad (2.15)$$

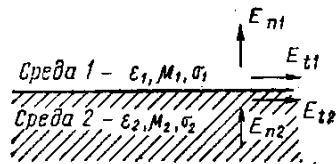
$$B_{n1} = B_{n2}, \quad (2.16)$$

където ρ_s е повърхностната плътност на зарядите, разположени върху граничната повърхност, i_s — повърхностната плътност на тока по граничната повърхност.

С индекс „1“ са отбелязани съставките на полето от едната страна на граничната повърхност, където $\varepsilon = \varepsilon_1$, $\mu = \mu_1$, $\sigma = \sigma_1$, а с индекс „2“ — съставките на полето от другата страна на граничната повърхност (фиг. 2.1). Като се използват изразите $\vec{D} = \varepsilon_a \vec{E}$ и $\vec{B} = \mu_a \vec{H}$ от (2.13) — (2.16), се получават останалите четири гранични условия за E_n , D_n , H_n и B_n .

Ако втората среда е идеален проводник ($\sigma = \infty$), за да бъде токът $J = \sigma E$ в нея ограничена величина, е необходимо $E_2 = 0$, от което следва, че в тази среда поле не прониква и всички вектори са равни на нула. Въз основа на условието (2.13) се получава важният за практиката извод, че на граничната повърхност диелектрик — метал тангенциалната съставка на електрическото поле E_{t1} в диелектрика е практически равна на нула.

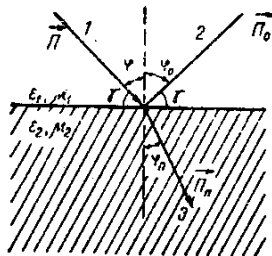
При полупроводяща и проводяща среда в граничните условия се използва модулет на комплексната диелектрична проницаемост ε .



Фиг. 2.1

II.4. Отражение и проникване (пречупване) на електромагнитните вълни на границата на две среди

Когато електромагнитната вълна достигне границата на две среди, част от енергията ѝ прониква във втората среда, а останалата част се отразява обратно в първата среда. Равнината, образувана от вектора на Пойнтинг и проекцията му върху граничната повърхност, се нарича равнина на падане. Ъгли на падащата φ , проникналата φ_n и отразената φ_o вълна се наричат ъглите между съответните вектори на Пойнтинг и нормалата към граничната повърхност (фиг. 2.2). Векторите E и H могат да се разглеждат като перпендикулярни помежду си и на вектора на Пойнтинг. Ако те бъдат разположени на вертикална (лежаща в равнината на падане) и хоризонтална (перпендикулярна на нея и на граничната повърхност) съставки, анализът се свежда до два случая — вертикална съставка на $\vec{E}$ с хоризонтална съставка на $\vec{H}$ (вертикална поляризация) и вертикална съставка на $\vec{H}$ с хоризонтална съставка на $\vec{E}$ (хоризонтална поляризация). Дефинира се коефициентът на отра-



Фиг. 2.2

жение $\dot{R} = |\dot{R}|e^{j\theta}$ и коефициентът на проникване (пречупване) $\dot{M} = |\dot{M}|e^{j\delta}$, модулите на които дават отношението на амплитудата на отразената, респ. проникналата вълна към амплитудата на падащата вълна, а аргументите θ и δ дават допълнителния ъгъл на дефазирание, дължащ се на процеса на отражение, респ. проникване.

Теоретичните и експерименталните изследвания показват, че между ъглите φ , φ_o и φ_n и параметрите на средата съществуват следните зависимости, наречени закони на Снелиус:

$$\varphi = \varphi_o, \quad (2.17)$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_n} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \sqrt{\frac{\mu_2 \varepsilon_2}{\mu_1 \varepsilon_1}}. \quad (2.18)$$

При среди със загуби вълната във втората среда е нееднородна, т. е. еквиамплитудните вълни по направление не съвпадат с екви-фазните и съотношението (2.18) не се използва в този си вид.

Стойностите на $\dot{R}$ и $\dot{M}$ зависят от поляризацията и вида на полето — електрическо или магнитно. Те могат да бъдат определени например от изразите

$$\begin{aligned} \dot{R}_{\text{верт}}^E &= 1 - \frac{2\sqrt{\varepsilon_{k1}\mu_1} \varepsilon_{k2} \cos \varphi}{\sqrt{\varepsilon_{k1}\mu_1} \varepsilon_{k2} \cos \varphi + \varepsilon_{k1} \sqrt{\varepsilon_{k2}\mu_2} - \varepsilon_{k1}\mu_1 \sin^2 \varphi}; \\ \dot{M}_{\text{верт}}^E &= 1 - \dot{R}_{\text{верт}}^E; \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\dot{R}_{\text{хор}}^E = \frac{2\sqrt{\varepsilon_{k1}\mu_1} \mu_1 \cos \varphi}{\sqrt{\varepsilon_{k1}\mu_1} \mu_2 \cos \varphi + \mu_1 \sqrt{\varepsilon_{k2}\mu_2} - \varepsilon_{k1}\mu_1 \sin^2 \varphi} - 1;$$

$$\dot{M}_{\text{хор}}^E = \dot{R}_{\text{хор}}^E - 1.$$

Когато първата среда е въздух, коефициентът на отражение може да бъде определен от графиките на Бероуз, дадени в прил. 4, където $\gamma = 90^\circ - \varphi$.

При слабо нееднородна среда, например земната атмосфера, когато електромагнитните параметри се променят слабо на разстояние, равно на дължината на вълната, отразените вълни могат да се пренебрегнат и да се смята, че съществува само пречупване, вследствие на което траекторията на електромагнитните вълни е огъната линия.

II.5. Принцип на електродинамичното подобие

При решаването на сложни електродинамични задачи в редица практически случаи се прибегва до експериментиране върху модели с намалени или увеличени размери. Принципът на електродинамичното подобие дава условията, при които данните от изследванията върху макета могат да се използват при решаването

на реалната задача. За определянето на тези условия Максвеловите уравнения се представят в безразмерна форма:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{H}_6 &= C_1 \vec{E}_6 + C_2 \frac{\partial \vec{E}_6}{\partial t_6}, \\ \text{rot} \vec{E}_6 &= -C_3 \frac{\partial \vec{H}_6}{\partial t_6}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

където

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\sigma m_2 m_3}{m_1}; \quad C_2 = \frac{\varepsilon_a m_2 m_3}{m_1 m_4}; \quad C_3 = \frac{\mu_a m_1 m_3}{m_2 m_4}; \\ m_1 &= \frac{\vec{H}}{\vec{H}_6}, \quad \frac{A}{m}; \quad m_2 = \frac{\vec{E}}{\vec{E}_6}, \quad \frac{V}{m}; \quad m_3 = \frac{l}{l_6}, \quad m; \quad m_4 = \frac{t}{t_6}, \quad s. \end{aligned}$$

Подобие между две електродинамични задачи съществува, когато коефициентите C_1 , C_2 и C_3 в двете задачи са равни. Ако с индекс „‘“ се отбележат величините, отнасящи се за първата задача, а с индекс „‘‘“ — за втората задача, могат да се въведат мащабни коефициенти от вида

$$\begin{aligned} M_H &= \frac{m_1'}{m_1''}; \quad M_E = \frac{m_2'}{m_2''}; \\ M_I &= \frac{m_3'}{m_3''}; \quad M_t = \frac{m_4'}{m_4''} = \frac{1}{M_f}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

където M_f е мащабен коефициент за честотата.

От условието за равенство на коефициентите C_1 , C_2 и C_3 се получават три зависимости между коефициентите M :

$$M_H = M_E M_I M_o; \quad (2.22)$$

$$M_H = M_E M_I M_f M_o; \quad (2.23)$$

$$M_E = M_H M_I M_f M_o. \quad (2.24)$$

II.6. Принцип на Хюйгенс. Френелови зони

Съгласно принципа на Хюйгенс всяка точка от фронта на вълната, създадена от някакъв първичен източник, е източник на нова сферична вълна. Тези точки, разглеждани като вторични елементарни излъчватели, се наричат елементи на Хюйгенс и имат диаграма на излъчване във формата на кардиоида с максимума напред (фиг. 2.3). В предната полусфера се излъчва $1/8$ от енергията.

Въз основа на принципа на Хюйгенс може да се определи полето, създавано от електромагнитна вълна, преминаваща през отвор в екран. Когато размерите на отвора и дължината на вълната са много по-малки от разстоянието между него и излъчвателя

R_1 и между него и приемния пункт R_2 , се говори за дифракция на Фраунхофер. Диаграмата на излъчване на отвора има един главен максимум напред и множество странични и задни листа зависещи от размерите на отвора и дължината на вълната (фиг. 2.4).

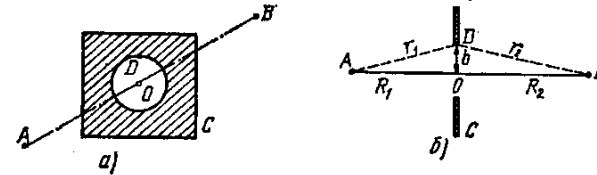


Фиг. 2.3



Фиг. 2.4

Когато разстоянията R_1 и R_2 станат съизмерими с дължината на вълната и с размерите на отвора, се използва терминът дифракция на Френел. Разглежда се безкраен непрозрачен екран с кръгъл отвор, центърът на който е разположен на линията AB ,

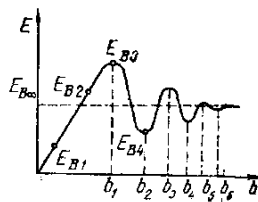


Фиг. 2.5

съединяваща излъчвателя и приемния пункт (фиг. 2.5). Радиусът на отвора ще означим с b . Задачата е да се определи интензитетът на полето в т. B в зависимост от разстоянията R_1 , R_2 , радиуса b и дължината на вълната λ .

Съгласно принципа на Хюйгенс полето в т. B е сума от полетата, пренаслани от всяка точка от отвора на екрана, с отчитане на техните амплитуди и фази. Ако отвор в екрана липсва ($b=0$), полето в т. B ще бъде равно на нула. Когато в екрана се появи малък отвор, в т. B се появява поле E_{B1} (фиг. 2.6). При по-нататъшно отваряне на екрана интензивността на полето се повишава (E_{B2}), но полето D_B не нараства линейно, а по-бавно, тъй като от новоотварящите се части на екрана елементарните вълни пристигат дефазирани спрямо директния лъч AB . Това дефазирание се дължи на по-дългия изминат път ADB . Когато тази фазова разлика стане 180° (т. E_{B3} от фиг. 2.6), полето не нараства повече и се казва, че е открита напълно първа Френелова зона, от която вълните идват с фазова разлика помежду си, по-малка от 180° . След това започва да се открива втора Френелова зона, вълните

от която са дефазирани със 180° до 360° спрямо директния лъч AB . При нейното откриване полето в приемния пункт намалява (т. E_{B3} до т. E_{B4} на фиг. 2.6.) След това се открива трета Френелова зона и т. н. Френеловите зони при разглеждания случай имат формата на кръгови пръстени, с изключение на първа зона, която има формата на кръг. Въз основа на казаното следва, че при отварянето на екрана полето в приемния пункт минава през последователни максимуми и минимуми. Амплитудата на тези максимуми и минимуми намалява с увеличаване на поредния им номер и полето се стреми към стойност $E_{B\infty}$, която би имало при отсъствие на екран.



Фиг. 2.6

От казаното дотук следва, че радиусът на Френеловите зони се определя от зависимостта

$$r_1 + r_2 = R_1 + R_2 + n \frac{\lambda}{2}, \quad (2.25)$$

където n е номерът на зоната, r_1 и r_2 — разстоянията от излъчвателя и приемника до края на отвора (фиг. 2.5). От триъгълниците AOD и BOD разстоянието b_n се изразява чрез разстоянията r_1 , r_2 , R_1 и R_2 :

$$b_n = \sqrt{r_1^2 - R_1^2} + \sqrt{r_2^2 - R_2^2}. \quad (2.26)$$

От съвместното решаване на (2.25) и (2.26) се определя b_n . При $R_{1,2} > 3b_n$ се получава приближителната формула

$$b_n = \sqrt{\frac{n\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}}. \quad (2.27)$$

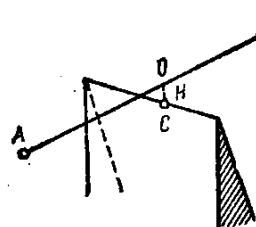
На практика обикновено се оказват закрити само части от някои Френелови зони. Ако между приемния и предавателния пункт съществува клиновидно препятствие, разположено перпендикулярно на посоката на разпространение на вълната (фиг. 2.7), полето в приемния пункт се пресмята от израза

$$E = \frac{\sqrt{30} \sqrt{PG}}{r} F, \quad (2.28)$$

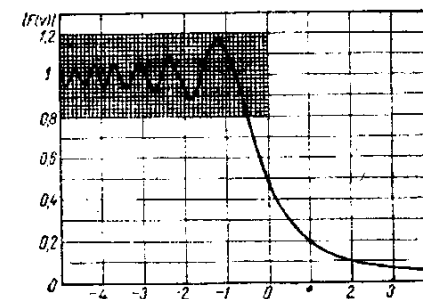
където P е излъчената мощност, G — коефициентът на насочено действие на предавателната антена, $r = R_1 + R_2 = AB$ — разстоянието между антените, F — множител на затихване, който се определя от фиг. 2.8. Параметърът v се определя от израза $v = \frac{H\sqrt{2}}{b_1}$, където H е просветът ($H = CO$ на фиг. 2.7), а b_1 — радиусът на първа Френелова зона над препятствието. Когато препятствието не закрива линията на пряка видимост AB (както това е например

на фиг. 2.7), параметърът има отрицателна стойност. При закрито трасе v е положително.

Когато върхът на препятствието има радиус на закръгление, по-голям от b_1 , препятствието не може да се счита за клиновидно и интензитетът на полето е по-нисък от този, определен по формула (2.28).



Фиг. 2.7



Фиг. 2.8

11.7. Доплеров ефект

Доплеровият ефект се изразява в промяна на приеманата честота при промяна на фазовия път на вълната. Най-често той се появява при изменение на разстоянието между приемника и предавателя или при отражение на електромагнитните вълни от движещ се обект. При намаляване на разстоянието между приемника и предавателя със скорост v приеманата честота f_1 се повишава спрямо предаваната f_0 :

$$f_1 = f_0 + \Delta f = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right).$$

При отдалечаване на приемника от предавателя със скорост v приеманата честота f_2 е по-ниска от излъчената: $f_2 = f_0 - \Delta f = f_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$.

При радиолокацията, когато отразяващият обект се движи със скорост v_p , Доплеровото отместване Δf е два пъти по-голямо

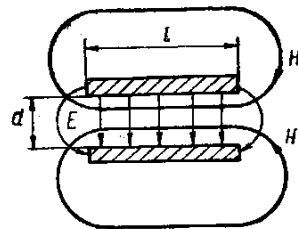
$$\Delta f = 2f_0 \frac{v_p}{c}.$$

11.8. Задачи

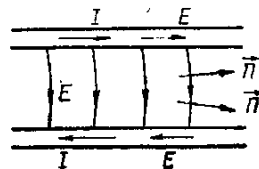
2.1. Кондензатор от две кръгли плочи (фиг. 1.8) с радиус $r = 29$ см, разстояние между тях $d = 3,7$ мм и $\epsilon = 2,3$ е зареден до

2.2. По два плоски успоредни проводника с широчина l , които са отдалечени на разстояние d един от друг (фиг. 2.9), протича

2.2. По два плоски успоредни проводника с широчина l , които са отдалечени на разстояние d един от друг (фиг. 2.9), протича



Фиг. 2.9



Фиг. 2.10

2.3. Чрез вектора на Пойнтинг да се определят топлинните загуби в проводник с дължина $l=210$ m, радиус $r=0,4$ mm и специфично съпротивление $\rho=1,7 \cdot 10^{-8}$ Ω m (фиг. 2.10), по който протича ток $I=0,78$ A.

2.5. Да се определи амплитудата на падащата вълна на разстояние 143 m от началото на координатната система, където

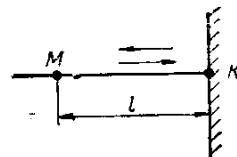
$E_0 = A = 28 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$ при разпространение във влажна почва ($\epsilon = 10$, $\sigma = 10^{-3}$) и честота $f = 120 \text{ kHz}$.

2.6. Да се определи константата на затихване α , дължината на вълната и фазовата скорост на вълната в гетинакс ($\epsilon=6$, $\sigma=10^{-9}$) за честота $f=9,3$ GHz.

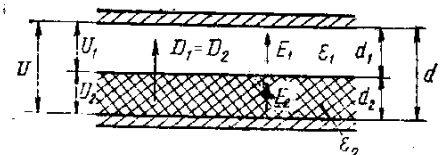
2.7. Да се определи стойността на вектора на Пойнтинг за електромагнитна вълна, разпространяваща се на разстояние $z=8 \text{ mm}$ в стъкло ($\epsilon=6,9$; $\alpha=70 \frac{1}{\text{m}}$), ако амплитудата на падащата вълна е $A=2,3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

2.8. Плоска електромагнитна вълна с честота $f=820 \text{ kHz}$ се разпространява в природна несолена вода ($\epsilon=80$, $\sigma=10^{-2}$) и напълно се отразява от метална плоскост. Да се определи разстоянието от т. M до точката на отражение K (фиг. 2.11), ако в т. M отношението на амплитудите на падащата и отразената вълна е $A/B=14$.

2.9. Векторът $\vec{E}_1$ е наклонен под ъгъл $\alpha = 76^\circ$ спрямо граничната повърхност въздух-плексиглас ($n = 4$). Да се определи големината и наклонът на вектора $\vec{E}_2$ в плексигласа, ако $E_1 = 12 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$.



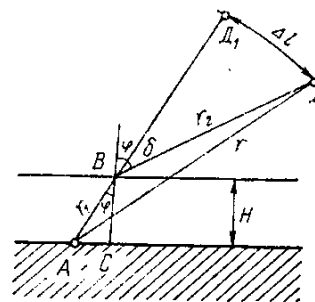
Фиг. 2.11



Фиг. 2.12

2.10. Интензитетът на магнитното поле H е два пъти по-голям във въздуха, отколкото във феромагнитен материал с $\mu=3$. Да се определи наклонът на вектора $\vec{H}$ спрямо граничната повърхност от двете ѝ страни.

2.11. Плосък кондензатор съдържа двуслоен диелектрик от въздух и слюда ($\epsilon=7$) с обща дебелина $d=2,1$ mm. Дебелината на слюдата е $d_2=1,6$ mm (фиг. 2.12). Кондензаторът е зареден до



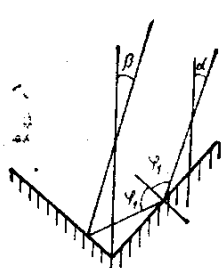
Фиг. 2.13

напряжение $U=42$ V. Да се определи интензитетът на електрическото поле в двата диелектрика и еквивалентната диелектрична проницаемост на двуслойния диелектрик.

2.12. Чрез феритна антена е измерен интензитетът на магнитното поле $H_1 = H_{11} = 5,4 \frac{\mu A}{m}$ за плоска електромагнитна вълна с честота $f = 205 \text{ kHz}$ (дълги вълни), разпространяваща се над суха почва с параметри $\epsilon = 3$, $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-8} \frac{S}{m}$. Хоризонталната съставка на електрическото поле $E_{11} = 86 \frac{\mu V}{m}$ е измерена чрез измерването на напрежението между два заземени проводника. Да се определи големината и наклонът на вектора $\vec{E}$ във въздуха и почвата. Из-

численията да се проведат и за честота $f=220$ MHz (12-ти телевизионен канал).

2.13. С радиолокационна станция с определен ъгълът $\gamma=12^\circ$ на спътник над хоризонта и разстоянието $r=900$ km до него. Да



Фиг. 2.14

се определи ориентировъчно ъгловата грешка в градуси и километри, ако се приеме, че земната атмосфера има дебелина 8,1 km и диелектрична проникваемост $\epsilon=1,000302$ по цялата си височина (фиг. 2.13).

2.14. Електромагнитен лъч пада под ъгъл α върху система от две взаимно перпендикулярни метални плоскости (фиг. 2.14). Да се определи под какъв ъгъл β се разпространява отразената вълна.

2.15. Да се определи оптималният вид поляризация с оглед минимално влияние на отразените от земята сигнали за РЛС, работеща на честота $f=3,2$ GHz с антена, насочена под ъгъл $\gamma=2,5^\circ$ спрямо хоризонта.

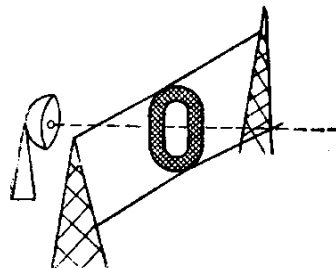
2.16. Електродинамична задача се решава върху модел, който е 8 пъти по-малък от реалния обект. Как трябва да се променят проводимостта и честотата, за да бъдат величините E , H , ϵ и μ еднакви в модела и реалния обект.

2.17. В модел, изработен в мащаб 2:1 ($M_l=2$), са запазени интензитетът на ел. поле E_l , проводимостта и магнитната проникваемост на материала при реалния обект. Как ще се променят останалите мащабни коефициенти?

2.18. Да се изведе точна формула за определяне радиуса на Френеловите зони.

2.19. Да се определи радиусът на трета Френелова зона при $R_1=10$ m, $R_2=4$ m и $f=560$ MHz.

2.20. Какви размери трябва да има антенен дифрактор, разположен на разстояние 160 m пред антената (фиг. 2.15) и закриващ втора Френелова зона. Трасето е дълго 23 km. Работната честота е $f=5,6$ GHz.



Фиг. 2.15

2.21. Да се определи оптималната височина h_2 на приемната антена, ако в средата на трасето има клиновидно препятствие с височина 38 m. Височината на предавателната антена е $h_1=96$ m, работната честота е $f=790$ MHz, а трасето е дълго 23 km. Да се отчете сферичността на земята ($R_{\text{земя}}=6370$ km).

2.22. На покрива на сграда е поставена приемна телевизионна антена. По посока на предавателя на разстояние 65 m има сграда със същата височина. Да се определи колко високо трябва да бъде повдигната антената над нивото на покрива, за да е напълно открита първа Френелова зона, ако предавателят е отдалечен на 3,3 km, работи на честота $f=712$ MHz и антената му е разположена на височина 78 m над нивото на покривите.

2.23. Да се определи скоростта на автомобил, ако той се движи под ъгъл $\alpha=18^\circ$ спрямо оста на радиолокационната антена, а разликата между предаваната и приемната честота е 1062,4 Hz. Радиолокаторът работи на честота $f_0=10,4$ GHz.

2.24. От планетата Марс е получен отразен радиолокационен сигнал, в който разликата между най-ниската и най-високата честота е 18,642 kHz. Да се определи времето за завъртане на Марс около оста му, ако диаметърът му е 6800 km, а радиолокаторът работи на честота 5,8 GHz.

Глава III

Разпространение на електромагнитните вълни в естествени среди

III.1. Общи сведения за разпространение на електромагнитните вълни в естествени среди

Електромагнитните вълни в радиосъобщителните системи могат да носят информация чрез всичките си характеристики — енергетични, честотни, фазови, пространствена ориентация на векторите $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{D}$ и др. При разпространение на електромагнитните вълни в естествени среди обикновено най-силно се променят енергетичните характеристики, поради което тук те ще бъдат разгледани най-подробно. Промяната на фазовите и честотните характеристики рядко надхвърля допустимите граници (например при Доплеров ефект или при предаване на много широка честотна лента), а промяната на пространствените характеристики има съществено значение предимно при радиолокацията.

При разпространение на електромагнитните вълни в естествени среди обикновено до приемната антена достига малка част от из-

лъчената електромагнитна енергия. Една от причините за това е естественото ѝ разсейване, обусловено от увеличаване площта на фронта на вълната, върху която е разпределена енергията ѝ, при отдалечаване на вълната от излъчвателя. От (2.3) и (2.8) за сферична вълна се получава

$$P = EH = \frac{PG}{S} = \frac{PG}{4\pi r^2},$$

откъдето

$$H = \frac{E}{Z_c} = \frac{E}{120\pi}$$

$$E = \frac{\sqrt{30 PG}}{r}, \quad \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad (3.1)$$

или

$$E = \frac{173\sqrt{P_{[\text{kW}]}} G}{r_{[\text{km}]}} \frac{\text{mV}}{\text{m}} \quad (3.2)$$

Тук G е коефициентът на насочено действие на антената. Формула (3.1), респ. (3.2), се нарича формула на идеалния радио-предавател.

Втората причина за отслабване на полето в приемния пункт е затихването по радиотрасето, обусловено от наличието на препятствия или поглъщаща среда. За отчитане на това затихване в (3.2) се въвежда множител на затихване F :

$$E = \frac{173\sqrt{P_{[\text{kW}]}} G}{r_{[\text{km}]}} F, \quad \frac{\text{mV}}{\text{m}} \quad (3.3)$$

В обхвата на СВЧ ($f > 300 \text{ MHz}$) вместо с интензитета на полето E по-удобно е да се работи с приетата мощност P_2 , измерена на изхода на приемната антена:

$$P_2 = PS_{\text{эф}} = \frac{PG_1 F^2}{4\pi r^2} \cdot \frac{G_2 \lambda^2}{4\pi} = \frac{PG_1 G_2 \lambda^2 F^2}{16\pi^2 r^2}. \quad (3.4)$$

За огледална антена с диаметър D може да се приеме $G \approx 7\left(\frac{D}{\lambda}\right)^2$, откъдето за (3.4) се получава

$$P_2 = \frac{49PD_1^2 D_2^2 F^2}{16\pi^2 r^2 \lambda^2} = P \left(\frac{1,75 D_1 D_2 F}{\pi r \lambda} \right)^2. \quad (3.5)$$

Ефективната площ на антената се определя от израза $S_{\text{эф}} = \frac{G\lambda^2}{4\pi}$.

При радиолокационно проследяване на обект с ефективна отразяваща повърхност σ , m^2 се получава изразът

$$P_2 = \frac{PG^2 \lambda^2 \sigma F^2}{(4\pi)^2 r^4} = \frac{49PD^4 \sigma F^2}{(4\pi)^2 \lambda^2 r^4}, \quad (3.6)$$

който може да се разглежда като основно уравнение на радиолокацията.

При флуктуации на нивото на приетия сигнал освен средната му стойност важно практическо значение има медианната му стойност — това е стойността, която се превишава общо в 50% от интервала на наблюдение. За разлика от средната стойност тя не зависи от дълбочината на флуктуациите, поради което се използва по-често.

III. 2. Разпространение на електромагнитните вълни в близост до земната повърхност

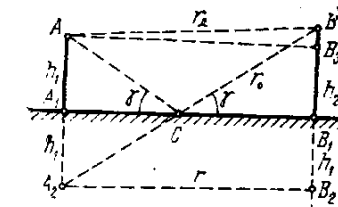
Земната повърхност отразява и поглъща електромагнитните вълни, поради което при проектиране на дадено радиотрасе трябва първо да се определи съществува ли пряка видимост между предавателната и приемната антена. Ако височините им са съответно h_1 и h_2 , разстоянието, до което съществува пряка видимост при сферична земна повърхност с радиус R (счита се, че отсъстват други препятствия), се дава с израза

$$r_0 = \sqrt{2R} (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}). \quad (3.7)$$

Дефинира се зона на осветеност ($r < 0,8 r_0$), зона на полусянка ($r = 0,8 \div 1,2 r_0$) и зона на сянка ($r > 1,2 r_0$). Влиянието на земната повърхност върху разпространението на електромагнитните вълни се изразява първо във формирането на отразен лъч, амплитудата и фазата на който се определят практически от графиките на Бероуз (вж. II. 4 и прил. 4). Отраженият от земята лъч интерферира с директния, като полето в приемния пункт за зоната на осветеност се определя по следния начин (вж. 3.3):

$$\dot{E} = \dot{E}_{\text{дир}} + \dot{E}_{\text{отр}} \approx \frac{173\sqrt{P_{[\text{kW}]}} G}{r_{[\text{km}]}} \left[1 + R e^{j\left(\frac{360^\circ}{\lambda} \Delta r + \theta\right)} \right] \frac{\text{mV}}{\text{m}}, \quad (3.8)$$

където $\Delta r = r_{\text{отр}} - r_{\text{дир}}$ е разликата в хода на отражения и директния лъч, а $R = R e^{j\theta}$ — коефициентът на отражение от земната повърхност.



Фиг. 3.1

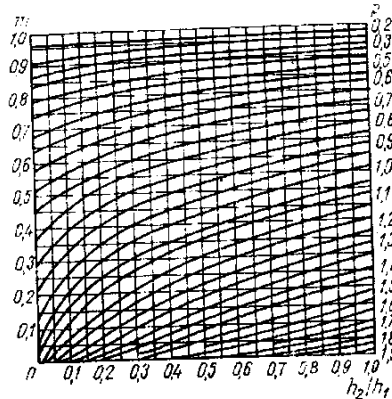
От (3.7) за модула на $\dot{E}$ се получава

$$E = \frac{173\sqrt{P_{[\text{kW}]}} G}{r_{[\text{km}]}} F = \frac{173\sqrt{P_{[\text{kW}]}} G}{r_{[\text{km}]}} \sqrt{1 + 2R \cos\left(\theta + \frac{360^\circ}{\lambda} \Delta r\right) + R^2}, \quad \frac{\text{mV}}{\text{m}} \quad (3.9)$$

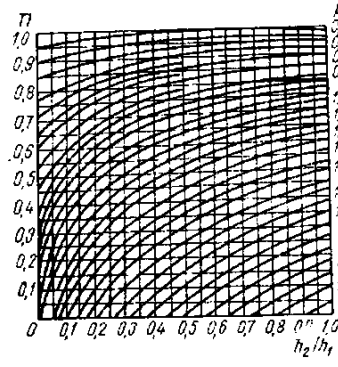
От фиг. 3.1 за разликата Δr и ъгъла на отражение γ се получава

$$\Delta r \approx \frac{2h_1 h_2}{r} \quad m \quad (3.10)$$

$$\gamma \approx \frac{h_1 + h_2}{r} \quad \text{от}$$



Фиг. 3.2

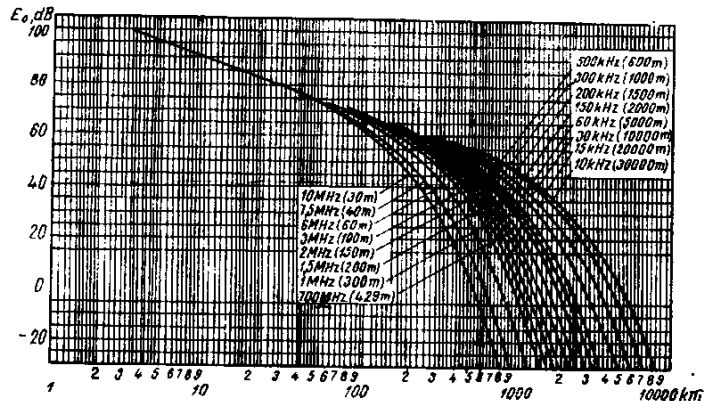


Фиг. 3.3

Коефициентите n и m отразяват сферичността на земята и са дадени графично на фиг. 3.2 и 3.3, където

$$p = \frac{r}{\sqrt{2Rh_{\max}}} \quad (3.10 \text{ a})$$

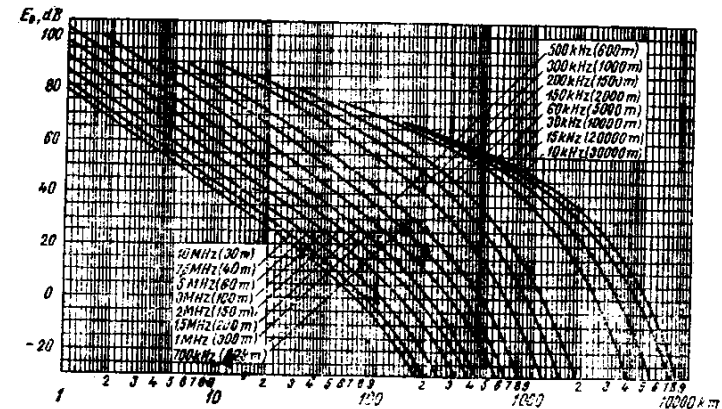
Тук R е радиусът на земята, $h_{\max}$ и $h_{\min}$ са съответно по-високата и по-ниската от двете (приемна и предавателна) антени.



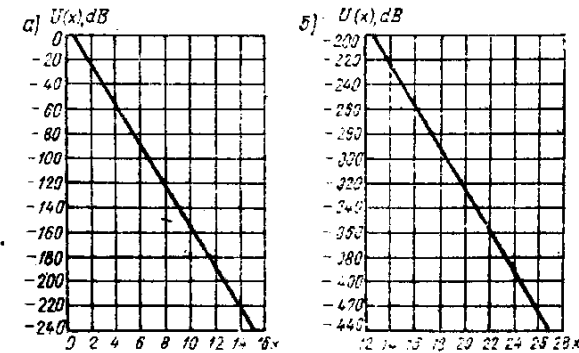
Фиг. 3.4

Освен появата на отразен лъч земната повърхност предизвиква и поглъщане на радиовълните. Когато антените не са повдигнати значително (над няколко λ) над земната повърхност, полето в приемния пункт може да се определи от израза

$$E = \sqrt{\frac{P_{\text{[kW]}} G}{1.5}} 10^{\frac{E_d(\text{dB})}{20}} \quad \mu\text{V/m} \quad (3.11)$$



Фиг. 3.5



Фиг. 3.6

където $E_0[\text{dB}]$ се отчита от фиг. 3.4 и 3.5 съответно за море и суша.

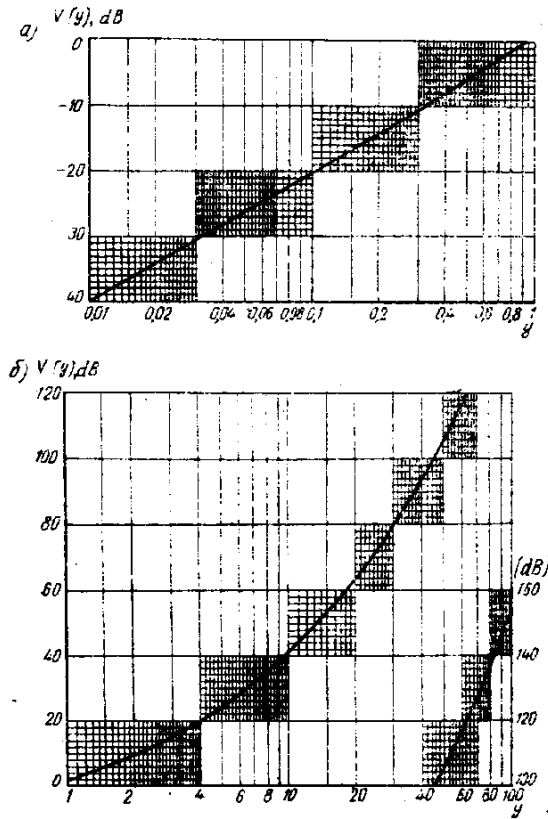
За обхвата на УКВ в зоната на сянката множителят на затихване F (вж. (3.3)+(3.6)) може да се пресметне от израза

$$F = 10 \frac{U(x) + V(y_1) + V(y_2)}{20}, \quad (3.12)$$

където функциите $U(x)$ и $V(y)$ се определят съответно от фиг. 3.6 и 3.7, а нормираното разстояние x и нормираните височини на двете антени y_1 и y_2 се определят от изразите

$$x = r \sqrt{\frac{\pi}{\lambda R^2}}, \quad y_{1,2} = 2h_{1,2} \sqrt{\frac{\pi^2}{\lambda^2 R^2}}, \quad (3.13)$$

където R е радиусът на земята.



Фиг. 3.7

III. 3. Разпространение на електромагнитните вълни в земната атмосфера

Земната атмосфера влияе върху разпространението на електромагнитните вълни предимно по следните два начина: в обхвата до около 30—100 MHz силно е влиянието на йоносферата, а за по-високи честоти, където това влияние е значително по-слабо, съществено е влиянието на тропосферата (0—12 km височина).

Под въздействието на ултравиолетовото и рентгеновото излъчване на Слънцето, корпускуларните потоци и други фактори земната атмосфера на височина над около 50 km частично се йонизира, като предизвиква отражение и поглъщане, разсейване, деполаризация и др. В йоносферата се наблюдават няколко максимума на електронната и йонната концентрация, наречени слой D , E , F_1 и F_2 , като слой D изчезва през нощта, а слой F_1 се появява само през летните дни. Понякога се образуват и други слоеве с второстепенно значение за радиовръзките. Еквивалентната диелектрична проникваемост на йоносферата за радиовълна с честота f в повечето практически случаи може да се определи от израз

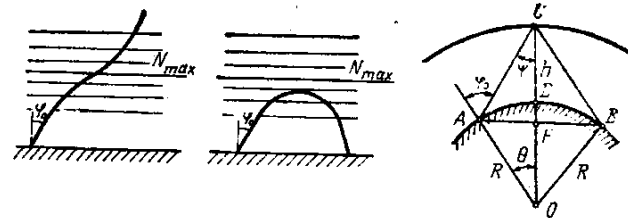
$$\epsilon_e = 1 - 80,8 \frac{N}{f^2}, \quad (3.14)$$

където N е електронната концентрация, $\frac{\text{ел.}}{\text{м}^3}$.

Затихването на електромагнитните вълни в йоносферата при ниски честоти ($\omega^2 \ll \nu$, където ν е броят на сблъскванията на електрон с тежки частици за 1 s) бавно нараства с увеличаване на честотата, при $\omega \approx \nu$ има максимум, а при $\omega^2 \gg \nu^2$ бързо намалява при увеличаване на честотата:

$$\alpha = 1,35 \cdot 10^{-7} \frac{N\nu}{f^2}, \quad \frac{1}{\text{м}}. \quad (3.15)$$

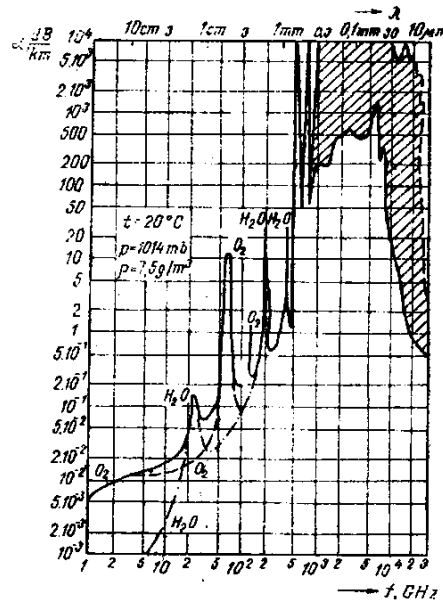
Отражение на електромагнитните вълни от йоносферата настъпва, когато се изпълнява условието



Фиг. 3.8

$$f = \sqrt{\frac{80,8 \text{ N}}{1 - \left(\frac{\sin \varphi_0}{1 + \frac{h}{R}} \right)^2}}, \quad (3.16)$$

силно, че прави практически невъзможно използването на тези обхвати за радиовръзка и радиолокация в тропосферата. На фиг. 3.10 е дадена честотната зависимост на молекулярното поглъщане.



Фиг. 3.10

III. 4. Задачи

3.1. Каква мощност трябва да има радиопредавател с $G=1,6$ за да обслужва район с радиус 70 км. Чувствителността на приемниците е $E=316 \frac{\mu V}{m}$ и съществува пряка видимост между тях и предавателя. Влиянието на земята и тропосферата може да се пренебрегне.

3.2. Един от хармониците на мощен късовълнов предавател попада в основната честотна лента на самолетен приемник с чувствителност $1,2 \frac{\mu V}{m}$. На този хармоник се излъчват 80% от разрешените паразитни излъчвания ($P_{\text{пар. доп. общо}} = 50 \text{ mW}$) при $G = 2,1$. Да се определи радиусът на смушаваната зона.

3.3. Да се определи диаметърът на антените на радиорелейна линия ($D_1 = D_2$) така, че да се гарантира радиовръзка по открито

радиотрассе на расстояние 85 км при мощност $P=1,5$ W, $f=2,5$ GHz и $P_{2\text{ min}}=10^{-8}$ W.

3.4. Да се определи разстоянието, до което може да се поддържа радиовръзка с междупланетна станция при използване на наземна антена с диаметър 64 m и чувствителност на приемника $2,4 \cdot 10^{-19}$ W. Бордовият предавател има мощност 8 W, антена с диаметър 1 m и работи на честота 9,375 GHz.

3.5. Да се определи радиусът на действие на радиолокационна станция с диаметър на антена $D=2,4$ m, мощност $P=1,5$ kW, $P_{\text{min}}=3 \cdot 10^{-15}$ W, работеща на честота 5,6 GHz, ако обектите имат ефективна отразяваща повърхност над 12 m².

3.6. Да се определи площта на обслужваната територия от телевизионен предавател с антена, монтирана на височина 30, 100, 300 и 600 m, ако приемните антени имат височина 15 m, а приемането се счита за задоволително само в зоната на осветеност.

3.7. Да се определи интензитетът на полето в приемния пункт при $r=13,5$ km, $h_1=16$ m, $h_2=12$ m. Сферичността на земята да не се отчита. Отражението да се приеме за огледално ($R=1$, $\theta=180^\circ$). Предавателят работи на честота 30 или 170 MHz, има мощност $P=3$ W и $G=15$.

3.8. Да се определи оптималната височина на антената на УКВ радиотелефон, работещ на честота 50 MHz, ако разстоянието до кореспондиращия пункт е 6,1 km и антената в последния е на височина 68 m. Отражението на радиовълните се извършва от влажна почва ($\epsilon=10$, $\sigma=3 \cdot 10^{-2}$). Поляризацията е вертикална. Сферичността на земята да не се отчита.

3.9. Да се определи оптималната височина на предавателната антена при $h_2=30$ m, $r=32$ km, $f=8,081$ GHz. Поради малката стойност на ъгъла на отражение γ отражението да се счита за огледално ($R=1$, $\theta=180^\circ$). Поляризацията е вертикална.

3.10. Да се определи коефициентът на отражение R от морска вода ($\epsilon=80$, $\sigma=4$) за честота $f=32$ MHz, ако височините на антените са $h_1=55$ m, $h_2=31$ m, а разстоянието между тях е $r=24$ km. Поляризацията е вертикална.

3.11. Каква мощност трябва да има средновълнов предавател с $G=1,67$, за да покрие с приземна вълна зона с радиус 200 km при честота 300 kHz. Минималният интензитет на полето в тази зона трябва да бъде $25 \frac{\mu V}{m}$. Радиовълните се разпространяват над суха почва.

3.12. Да се определи разстоянието на кораб до плаващ радиопар, който има мощност 268 W, $G=1,6$ и работи на честота $f=1,3$ MHz, ако през деня (т. е. пренебрегва се отражението от йоносферата) на кораба е измерен интензитет на полето $E=60 \frac{\mu\text{V}}{\text{m}}$.

3.13. Да се пресметне приетата мощност в радиорелейна линия при $P=2 \text{ W}$, $D_1=D_2=2\text{m}$, $r=48 \text{ km}$, $f=6 \text{ GHz}$, $h_1=28 \text{ m}$, $h_2=31 \text{ m}$.

3.14. Да се определи оптималната работна честота при отражение от слоя F_2 , ако $N_{\max} = 5 \cdot 10^6 \frac{\text{ел}}{\text{см}^3}$ и $h = 280 \text{ km}$. Разстоянието между кореспондиращите пунктове е $r = 2600 \text{ km}$. Траекторията на вълната да се счита за права начупена линия, а отражението — за огледално.

3.15. На височина $h_1 = 60 \text{ km}$ електронната концентрация има стойност $N = 10 \frac{\text{ел}}{\text{см}^3}$, а броят на сблъскванията е $\nu = 2 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$. На височина $h_2 = 85 \text{ km}$ $N = 500 \frac{\text{ел}}{\text{см}^3}$, $\nu = 5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$. Да се намерят аналитични изрази, описващи зависимостта $N(h)$ и $\nu(h)$, ако се счита, че електронната концентрация се изменя по косинусоиден закон и има максимум на височина 85 km , а ν — по експоненциален закон с максимум при земята.

3.16. Да се определи с колко процента намалява интензитетът на полето на плоска електромагнитна вълна с честота $f = 12 \text{ MHz}$ в йоносферата на височина от 60 до 85 km , ако вълната е излъчена вертикално нагоре. Да се използват данните за йоносферата от задача 3.15.

3.17. Какъв трябва да бъде ъгълът φ_0 , за да се отрази електромагнитна вълна с честота $6,8 \text{ MHz}$ от слой E с височина $h = 118 \text{ km}$, ако данните от вертикалното сондиране са дали критична честота (т. е. $f_{\text{кр}} = f_{\text{max}}$ за $\varphi_0 = 0^\circ$) $f_{\text{кр}} = 3,6 \text{ MHz}$.

3.18. Резонансната честота на обемен резонатор се определя от формулата $f_p = \frac{f_0}{\sqrt{\epsilon}}$, където ϵ е диелектричната проникваемост на диелектрика, с който е запълнен резонаторът. Да се определи честотната разлика Δf на два еднакви генератора, единият от които има евакуиран обемен резонатор (вакуум — $\epsilon = \epsilon_0$), а в другия прониква околният въздух с налягане 916 mbar , влажност $e = 4,2 \text{ mbar}$ и температура $T = 12^\circ \text{C}$. Първият резонатор генерира честота $f = 9,2 \text{ GHz}$.

3.19. Каква трябва да бъде височината на приемната антена h_2 , за да съществува радиовидимост при трасе с дължина $r = 42 \text{ km}$ и височина на предавателната антена $h_1 = 35 \text{ m}$ в условията на нормална тропосферна рефракция.

3.20. Да се реши задача 3.13 за случая на нормална тропосферна рефракция.

3.21. Да се определи множителят на затихване F при директно приемане на телевизионна програма от спътник, намиращ се на 28° над хоризонта при дъжд с интензивност $I = 50 \text{ mm/h}$ и височина на дъждовното поле $h_d = 850 \text{ m}$. Работната честота е 12 GHz . Земята повърхност да се счита за плоска.

3.22. Да се определи радиусът на действие на радиолокационна станция при $P/P_0 = 2 \cdot 10^{17}$, $D = 2 \text{ m}$, $\sigma = 18 \text{ m}^2$ и $f = 10 \text{ GHz}$, ако по цялото радиотрасе вали дъжд с интензивност 4 mm/h .

3.23. Колко пъти трябва да бъде намалена мощността на предавател на радиорелейна линия, за да покрие разстояние 32 km при напълно открито трасе (влиянието на земята се пренебрегва) при условие, че приетата мощност и диаметърът на антената останат същите, а честотата се повиши от 6 на 35 GHz . Да се отчете влиянието на молекулярното поглъщане.

$$1.1. \text{ Отг. } H = \frac{I}{2\pi r} = 0,072 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

$$1.2. \text{ Отг. } I_{\text{max}} = 2\pi f \epsilon_0 \pi r^2 E_{\text{max}} = 1,054 \text{ А}.$$

1.3. *Упътване.* От второто Максвелово уравнение в интегрална форма се опре-

$$\text{деля } u_{\text{нап}}(t) = \oint E dl = -\frac{\partial}{\partial t} \int B_m \sin \omega t dS = 2\pi f B_m S \cos \omega t.$$

$$U_{\text{max}} = 2\pi f N B_m S.$$

$$\text{Отг. } U_{\text{эф}} = 0,707 U_{\text{max}} = 20,49 \text{ В}.$$

1.4. *Упътване.* Двете части на уравнения (1.5) и (1.6) подлагаме на операция дивергенция. Като се има пред вид, че $\text{div}(\text{rot } A) = 0$ (вж. прил. 2), от второто уравнение получаваме $\text{div } B = \text{const}$, а като се отчете още, че магнитните линии са затворени (не съществуват магнитни заряди), се получава $\text{div } B = 0$. При преобразуването на първото уравнение трябва да се има пред вид, че в произведението векторът $\vec{E}$ представлява поле, действащо в затворен проводник и създаващо ток на проводимостта. Броят на силовите линии, влизащи във входното сечение на проводника, е равен на броя на линиите, излизащи от изходното сечение. Поради това $\text{div } \vec{E} = 0$, а оттам и $\frac{\partial}{\partial t}(\text{div } \vec{D}) = 0$. Ако обемната

плътност на зарядите е ρ , то $\text{div } D = \rho$.

1.5. *Решение.* Използваме сферична координатна система с начало в центъра на кълбото. Тъй като зарядът е разпределен симетрично, векторите $\vec{E}$ и $\vec{D}$ ще имат само радиални съставки E_r и D_r , зависещи от радиалната координата r .

На разстояние r от центъра прекарваме сферична повърхност S . Тъй като за всички точки от S векторът $\vec{D}$ има една и съща стойност по направление на нормалата към S , то като се използва интегралната форма на (1.8) за първия случай, се получава

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = D 4\pi r^2 = q,$$

откъдето следва, че

$$D_1 = \frac{q}{4\pi r_1^2} = 1,12 \cdot 10^{-8} \frac{\text{С}}{\text{м}^2};$$

$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_a} = \frac{D}{\epsilon_0} = 1265,5 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Обемната плътност на зарядите е

$$\rho = \frac{q}{V_{\text{эф}}} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 2,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{С}}{\text{м}^3}.$$

Векторите $\vec{D}$ и $\vec{E}$ за втория случай ще имат стойности

$$D_2 = \frac{q_2}{4\pi r_2^2} = \frac{\int_V \rho dv}{4\pi r_2^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_2^3 \rho}{4\pi r_2^2} = \frac{r_2 \rho}{3} = 4,75 \cdot 10^{-7} \frac{\text{С}}{\text{м}^2};$$

$$E_2 = \frac{D_2}{\epsilon_{\text{эф}} \epsilon_0} = 23362 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

1.6. *Упътване.* Използват се данните от приложение 3.

1.7. *Отг.* 100 kHz ($\lambda = 3000 \text{ м}$) — проводник;
3 MHz ($\lambda = 100 \text{ м}$) — полупроводник;

100 MHz ($\lambda = 3 \text{ м}$) — диелектрик.

1.8. *Отг.* 18 MHz.

1.9. *Упътване.* Използват се данните от табл. 1.1, прил. 3 и формула (1.14).

2.1. *Упътване.* Като се използват изразите (2.1), (1.2) и $A = P \cdot t$, се стига до съотношението

$$t = \frac{A}{P} = \frac{w_e V}{P} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 E^2 V}{P},$$

откъдето

$$t = \frac{0,5 \epsilon_0 v^2 \pi r^2 d}{P d^2} = 3,66 \text{ с}.$$

2.2. *Упътване.* Използват се зависимостите $E = \frac{V}{d}$ и $I = \oint_L H dl \approx Hl$, като се счита, че между проводниците магнитното поле е равномерно, а в останалото пространство то може да бъде пренебрегнато. По този начин се получава

$$P = UI = Ed Hl = EHS = PS,$$

където $S = ld$ е площта на сечението между проводниците. Докато в първия случай може да се счита, че енергията се предава по проводниците като по водопроводна тръба, във втория случай тя се предава чрез електромагнитното поле извън проводниците. При това се смята, че проводниците са идеални и в тях не прониква поле.

2.3. *Решение.* Интензитетът на електрическото поле в проводника е $E = \frac{J}{\sigma} =$

$$= \frac{I_p}{S_{\text{пр}}} = \frac{I_p}{\pi r^2}; \text{ полето е насочено по посока на пренасянето на енергията.}$$

Векторът $\vec{H}$ в проводника ще лежи в равнина, перпендикулярна на оста на проводника, и въз основа на (1.5) върху повърхността на проводника той ще има стойност $H = \frac{I}{2\pi r}$. Векторите $\vec{E}$ и $\vec{H}$ върху повърхността на проводника са взаимно перпендикулярни и векторът на Пойнтинг там има стойност

$$P = |\vec{E} \times \vec{H}| = EH = \frac{I_p}{\pi r^2} \frac{I}{2\pi r} = \frac{I_p^2}{2\pi r^3}.$$

Векторът $\vec{P}$ е насочен перпендикулярно на повърхността на проводника и дава мощността, която се внася в проводника през единица от неговата повърхност. Тази енергия се превръща в топлина. За двата проводника с повърхност $S = 2 \cdot 2\pi r l$ мощността на топлинните загуби има стойност

$$P = PS = \frac{I_p^2}{2\pi^2 r^3} 4\pi r l = \frac{2I_p^2 l}{\pi r^2} = 8,64 \text{ W}.$$

Като се има пред вид, че $R = \frac{l}{\pi r^2}$ е съпротивлението на проводниците, изразът за P добива известния от теорията на електрическите вериги вид $P = I^2 2R$, което показва, че изчисленията по двата метода водят до еднакви резултати.

Отг. 8,64 W.

2.4. *Отг.* 0,28 g.

2.5. *Упътване.* Използува се зависимостта $E_{\text{нал}} = E_0 e^{-\alpha x}$ и изразът (2.12).

$$\text{Отг. } 1,54 \frac{\mu\text{В}}{\text{м}}.$$

2.6. *Упътване.* За пресмятането на α от (2.12) може да се използва зависимостта $(1+a)^n \approx 1+na$ за $a \ll 1$, т. е.

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ -\epsilon + \epsilon \left[1 + \left(\frac{60\lambda_0\sigma}{\epsilon} \right)^2 \right] \right\}} \approx \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{1}{2} \left[-\epsilon + \epsilon + \frac{(60\lambda_0\sigma)^2}{2\epsilon} \right]} = \frac{60\pi\sigma}{\sqrt{\epsilon}}.$$

Отг. $\alpha = 7,7 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\text{м}}$, $\lambda = 1,317 \text{ см}$, $V_{\phi} = 1,225 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Забележка. При гетинакса се проявяват значителни диелектрични загуби, които не са отчетени във формулата за α .

2.7. *Упътване.* Използува се изразът $P = |\vec{E} \times \vec{H}| = E \cdot H = \frac{E^2}{Z_c} = \frac{(Ae^{-\alpha z})^2}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon \epsilon_0}}}$,

Отг. $0,012 \frac{\text{В}}{\text{м}^2}$.

2.8. *Упътване.* В точката на отражение N амплитудите на падащата и отразената вълна са равни, т. е. $\frac{Ae^{-\alpha l}}{Be^{\alpha l}} = 1$, откъдето се получава необходимото уравнение

за определяне на l : $14l^{-2\alpha} = 1$.

Отг. $8,766 \text{ м}$.

2.9. Отг. $E_2 = 4,11 \frac{\text{мВ}}{\text{м}}$ с наклон $\alpha_2 = 45,077^\circ$.

2.10. *Упътване.* От граничните условия (2.15) и (2.16) се получават две уравнения с две неизвестни α_1 и α_2 :

$$\begin{aligned} H_1 \cos \alpha_1 &= H_2 \cos \alpha_2; \\ H_1 \sin \alpha_1 &= \mu H_2 \sin \alpha_2. \end{aligned}$$

Отг. $\alpha_1 = \alpha_{\text{възд}} = 66,72^\circ$, $\alpha_2 = \alpha_{\phi} = 37,76^\circ$.

2.11. *Упътване.* Векторите $\vec{E}$ и $\vec{D}$ са перпендикулярни на граничната повърхност. Следователно векторът $\vec{D}$ ще има една и съща стойност в двата диелектрика (вж. (2.14)) $D_1 = D_2$ или $\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2$, откъдето се получава $E_1 = \epsilon_2 E_2$. От друга страна, напрежението върху слоя слюда ще бъде $U_3 = E_3 d_3$, а върху слоя въздух — $U_1 = E_1 d_1 = \epsilon_2 E_2 d_1$. От уравнението $U = U_1 + U_2 = E_2(\epsilon_2 d_1 + d_2)$ може да се определи E_2 , а оттам и E_1 и D . Еквивалентната диелектрична проникваемост се получава от уравнението

$$U = E_{\text{екв}} d = \frac{D}{\epsilon_{\text{екв}} \epsilon_0} d.$$

Отг. $E_{\text{възд}} = 57\,647 \frac{\text{В}}{\text{м}}$, $E_{\text{слюда}} = 8235,3 \frac{\text{В}}{\text{м}}$, $\epsilon_{\text{екв}} = 2,88$.

2.12. *Упътване.* Използува се зависимостта $H_1 = Z_{c1} E_1$. За диелектричната проникваемост на почвата в граничните условия се взема стойността $\epsilon_{\text{жк}} = \sqrt{\epsilon_2^2 + (60\lambda\sigma)^2}$.

Отг. $E_1 = 2,036 \frac{\text{мВ}}{\text{м}}$, $\alpha_1 = 87,6^\circ$; за 205 kHz $E_2 = 86,5 \frac{\mu\text{В}}{\text{м}}$, $\alpha_2 = 6,15^\circ$; за 220 MHz $E_1 = 681,85 \frac{\mu\text{В}}{\text{м}}$, $\alpha_2 = 82,75^\circ$.

Във въздуха вълната е с почти вертикална поляризация. В почвата тази поляризация се запазва за УКВ обхвата, но за дълги вълни ($f = 205 \text{ kHz}$) тя претърпява в хоризонтална поляризация.

2.13. *Решение.* Използува се формула (2.18). Поради малката разлика в диелектричните проникваемости на въздуха и вакуума може да се очаква, че грешката ще бъде много по-малка от ъгъла φ и в (2.18) може да се приеме $\varphi = 90^\circ - \delta = 78^\circ$:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi + \delta)} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}};$$

$$\sin(\varphi + \delta) = \sqrt{\epsilon} \sin \varphi;$$

$$\delta = \arcsin(\sqrt{\epsilon} \sin \varphi) - \varphi = 0,0409^\circ;$$

$$\Delta l = r_2 \delta_{\text{рад}} = (r - r_1) \frac{\pi \delta}{180^\circ}.$$

Разстоянието r_1 се определя от $\triangle ABC$:

$$r_1 = \frac{H}{\sin \varphi} = \frac{8,1}{\sin 12^\circ} = 38,96 \text{ km};$$

$$\Delta l \approx (r - r_1) \frac{\pi \delta}{180^\circ} = (900 - 38,96) \frac{\pi \cdot 0,0409^\circ}{180^\circ} = 0,615 \text{ km}.$$

Забележка. Получените стойности могат да се смятат за ориентировъчни, тъй като не е взета пред вид сферичността на земята, експоненциалното разпределение на α по височина и други фактори.

Отг. $\delta \approx 0,0409^\circ$, $\Delta l \approx 0,615 \text{ km}$.

2.14. Отг. Вълната се отразява точно в обратна посока — по посока на излъчващия тел.

Забележка. Това свойство на отражателите от две или три (пространствено разположени) взаимно перпендикулярни плоскости се използва широко в радио локацията в т. нар. „ъглови отражатели“, които имат много голяма ефективна отразяваща повърхност, независимо от посоката, от която са облъчени.

2.15. *Упътване.* От графиките на Бероуз (прил. 4) се определя $|R|$ при вертикална и хоризонтална поляризация при влажна и суха почва.

Отг. При вертикална поляризация отражението е по-слабо.

2.16. *Решение.* За да се изпълнят условията $H' = H''$ и $E' = E''$, е необходимо $m_1' = m_1''$ и $m_2' = m_2''$. От условието $C_1' = C_1''$ се получава

$$\frac{\sigma' m_2' m_3}{m_1'} = \frac{\sigma' m_2'' m_3}{m_1''},$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma''} = \frac{m_3'}{m_3''} = \frac{1}{M_f} = \frac{1}{8},$$

т. е. проводимостта при модела трябва да бъде 8 пъти по-висока. От условията $C_2' = C_2''$ и $C_3' = C_3''$ се получава

$$M_f = \frac{1}{M_i} = \frac{1}{8},$$

2.17. Отг. $M_H=2$, $M_f=0,25$, $M_g=4$.

2.19. Отг. 2,199 м.

Отг. $b_1=2,917$ м, $b_2=4,126$ м.

земята се прекарва хордата A_1B_1 (фиг. 8.1). Височината на сегмента x може да се определи и от съотношението C_1C_2 . $C_2C_1 = A_1C_1 \cdot B_1C_1$. След определянето на $CC_1 = x + h_{\text{пр}} + |H|$ се изчислява $h_2 = BB_1$ като основа на трапеца AA_1B_1B , в който CC_1 е средна отсечка.

Отт. 80 м.

2.22. Отг. 3,72 м.

2.23. Отг. 58 km/h.

2.24. **Упътване.** Поради взаимното движение на Земята и Марс приетият сигнал ще бъде отместен по честота. Същевременно собственото въртене на Марс

около оста му ще доведе до поява на отразени вълни с различна честота — тези вълни, които се отразяват от единия, например левия край на видения диск на Марс, ще бъдат с по-висока честота, ако въртенето се извършва отляво надясно. Периферната скорост $V_{\text{пер}}$ в този край на диска ще бъде насочена по посока на Земята и доплеровото отместване на честотата за тези вълни ще бъде с положителен знак: $f_{\text{отр. л}} = f_0 + \Delta f$. От десния край на диска, който се отдалечава от Земята със скорост $V_{\text{пер}}$ ще се получават отразени вълни с честота $f_{\text{отр. д}} = f_0 - \Delta f$. Така отразеният сигнал ще съдържа честоти от $f_0 - \Delta f$ до



Отг. 24 h и 37 min.

Отт. 10,2 W.

Отг. 418 km.

3.3. Отг. 1,223 м.

3.4. Отг. 6,4 млрд. км.

3.5. Отг. 203,4 km.

Отг. 2239; 4930; 11 506; 20 614 kg^2 .

3.7. **Упътване.** Използват се формули (3.9) и (3.10). Приема се $m=n=1$.

3.8. *Решение.* От формула (3.9) се вижда, че височината h_2 участва в аргумента на косинуса и неявно в коефициента на отражение R — чрез ъгъла $\theta_2 = \frac{h_1 + h_2}{r}$. Зависимостта на E от h_2 чрез R обаче се изменя много по-бавно, от

колкото чрез косинуса, поради което пренебрегваме зависимостта $R(h_2)$ при търсене на оптимума. Най-силно ще бъде полето, когато косинусът е единична, т. е. аргументът му е $\theta \pm 180^\circ$. Тъй като $\theta > 0$ (а по конструктивни и икономически съображения h_2 трябва да има минимална стойност), то аргументът на косинуса трябва да бъде 360° , т. е.

$$\theta + \frac{360}{\lambda} \cdot \frac{2h_1 h_2}{r} = 360^\circ.$$

От това условие трябва да се определи височината h_2 , но тъй като ъгълът θ зависи от ъгъла $\gamma = \frac{h_1 + h_2}{r}$, т. е. от h_2 , а тази зависимост е дадена графично

то h_2 не може да бъде определена в явен вид. Решението трябва да бъде графично или с последователни приближения. При изчисляване по втория начин приемаме за начално приближение $\theta = 180^\circ$. Тогава от (8.1) получаваме

$$h_{90} = \frac{360^\circ - \theta^\circ}{2 \cdot 360^\circ h_1} \cdot \lambda r = \frac{360^\circ - 180^\circ}{2 \cdot 360^\circ 68} \cdot 6 \cdot 6100 = 134,6 \text{ m.}$$

От (3.10) получаваме $\gamma_0 = \frac{h_1 + h_{20}}{r} = \frac{68 + 134,6}{6100} = 0,0332 \text{ rad.}$

Определя се параметърът $Q=60 \lambda \sigma=10,8$.

От графиките на Бероуз (прил. 4) отчитаме $\phi = 173^\circ$.

Определяме следващото приближение за h :

$$h_{21} = \frac{360^\circ - \theta}{2 \cdot 360^\circ h_1} \lambda r = 139,8 \text{ m.}$$

Аналогично изчисляваме второто приближение:

$$\gamma_1 = \frac{h_1 + h_{a1}}{r} = 0,034 \text{ rad};$$

$$\theta_1 = 173,5^\circ$$

$$h_{22} = \frac{360^\circ - \theta}{2 \cdot 360^\circ \cdot h_1} \lambda r = 139,42 \text{ м.}$$

Последните две приближения за h_2 се различават с по-малко от 0,3%, което надхвърля точността на графиките и затова по-нататъшните изчисления са излишни. Приемаме $h_2 = 139,5$ м.

Отг. 139,5 м.

3.9. **Упътване.** Задачата се решава чрез последователни приближения, аналогично на задача 3.8, е аргументът на косинуса (от (3.9)) да е равен на 360°

$$180^\circ + \frac{360^\circ}{\lambda} \cdot \frac{2h_1 h_2}{r} m(h_1) = 360^\circ$$

или

$$h_1 m(h_1) = \frac{r \lambda}{4 h_2}$$

При пресмятането на m не трябва да се забравя, че за всяко конкретно изчисление $h_{\max}$ е по-високата от двете антени h_1 и h_2 .

Накрая трябва да се провери дали двете антени попадат в зоната на осветеност.

Отг. 45 м.

3.10. Отг. $R = 0,83$.

3.11. **Упътване.** Използува се формула (3.11) и фиг. 3.5.

Отг. 1,4 kW.

3.12. **Упътване.** Използува се фиг. 3.4 и формула (3.11).

Отг. 470 km.

3.13. **Упътване.** Първо се определя в коя зона са антените, като се пресмята разстоянието r_0 чрез (3.7). След това се използват формули (3.5), (3.12), (3.13) и фиг. 3.6 и фиг. 3.7.

Отг. $1,09 \cdot 10^{-9}$ W.

3.14. **Упътване.** Използува се формула (3.16). От фиг. 8.2 се определя $\varphi_0 = \beta + \theta$ който е външен ъгъл на $\triangle OAB$. За този триъгълник са известни двете страни $OA = R$ и $OB = R + h$. Ъгълът θ се определя чрез дъгата $AC = r = 2600$ km и радиуса на земята $R = 6370$ km, а страната AB — по косинусовата теорема. Може да се използва и формулата

$$f = \frac{\sqrt{80,8 N}}{\cos \beta}$$

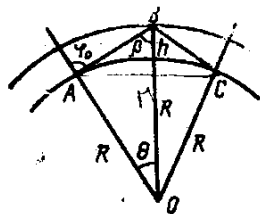
Отг. 6,388 MHz.

3.15. **Упътване.** Въз основа на данните и условието е необходимо да се определят коефициентите във формулите $N = N_{\max} \cos(a\theta + b)$ и

$$v = v_0 e^{-\frac{h}{H}}$$

$$\text{Отг. } N = 500 \cos(302,1 - 3,554 h) \frac{\text{сВ}}{\text{см}^2}; v = 1,4 \cdot 10^{11} e^{-\frac{h}{6,777}} \text{ s}^{-1}; h \text{ е в км.}$$

3.16. **Решение.** Коефициентът на затихване F се определя от формулата $F = e^{-\alpha r}$ в случаите, когато поглъщането α е постоянно по цялото трасе. Когато поглъщането α се изменя, както е в задачата, F се изчислява от израза



Фиг. 8.2

$$F = e^{-\int_{h_1}^{h_2} \alpha(h) dh} = e^{-L};$$

$$L = -\int_{h_1}^{h_2} \alpha(h) dh = -\int_{h_1}^{h_2} 1,35 \cdot 10^{-7} \frac{Nv}{f^2} 10^6 dh =$$

$$= -65,625 \int_{60}^{85} e^{-\frac{h}{6,777}} \cos(302,1 - 3,554 h) dh; h \text{ е в км.}$$

Този интеграл сравнително трудно се решава, поради което се предпочитва числено решаване. Най-просто това може да се направи, като интервалът 60-85 km се раздели на подинтервали Δh , в които подинтегралната функция да се счита за постоянна и равна на стойността си в средата на подинтервала Δh :

$$L = 65,625 \sum_i e^{-\frac{h_{icp}}{6,777}} \cos(302,1 - 3,554 h_{icp}) \Delta h.$$

Ако се приеме $\Delta h = 5$ km, за L се получава

$$L = 65,625 \cdot 5 \cdot 7,012 \cdot 10^{-6} = 0,023;$$

$$F = e^{-L} = e^{-0,023} = 0,97726.$$

$$\Delta E = (1 - F) \cdot 100 = 2,274 \%$$

Програмируемите калкулатори, каквито са например ЕЛКА-58 и ЕЛКА-60, дават възможност за бързо и точно изчисляване на подобни интеграли. Тук са дадени операциите за пресмятане на ΔE , като стъпката Δh е 1 km:

```
GTO 000 W/PR 85 RCL 11 + x > y054 STO1
6,777 : CHS e^x 302,1 RCL 1 3,554 x - pi x
180 : COS x STO + 0 GTO 000 65,625 + 1
x RCL 0 x CHS e^x 1 - CHS 100 x END
RUN 59,5 STO10 STO0 BGN.
```

Пресмятането дава стойност $\Delta E = 2,2196 \%$. При стъпка $\Delta h = 2$ km се получава $\Delta E = 2,248 \%$. Според тези изчисления при стъпка $\Delta h = 5$ km се получава резултат, който се различава само с 2,5% от този при стъпка $\Delta h = 1$ km и може да се смята за достатъчно точен за инженерни изчисления.

Отг. 2,22 %.

3.17. Отг. 59,78°.

3.18. Отг. 2,47 MHz.

3.19. Отг. 18,2 m.

3.20. Отг. $3,447 \cdot 10^{-8}$.

3.21. **Упътване.** Използува се зависимостта $F = 10^{-\frac{r_{dB}}{20}}$.

Отг. 0,659.

3.22. **Решение.** От (3.6) и фиг. 3.9 се получава

$$r = \sqrt{\frac{P}{P_2} \frac{D^4 \alpha F^2}{(4\pi)^2 \lambda^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-17} \cdot 2^4 \cdot 18}{(4\pi)^2 \cdot 0,05^2}} 10^{-\frac{0,067 \text{ km}}{40}} = 75,36 \cdot 10^{-0,0015 r_{\text{km}}} \text{ km}$$

Решението на това уравнение не може да се получи в явен вид по отношение на r и е необходимо да се използват числени методи. Един възможен вариант на решението е следният.

Първо се предполага, че поглъщане няма, т. е. $F=1$. Тогава $r=r_0=75,36$ km.

Пресмята се първото приближение $r_1=75,36 \cdot 10^{-0,0018} r_0=58,09$ km.

второто приближение $r_2=75,36 \cdot 10^{-0,0016} r_1=61,66$ km.

третото приближение $r_3=60,9$ km и може да се приеме $r=61$ km.

Отг. 61 km.

3.23. *Упътване.* Използува се формула (3.5) и фиг. 3.10.

Отг. 22,69 пъти.

За цилиндрична координатна система —

$$\xi \rightarrow r, \eta \rightarrow \varphi, \zeta \rightarrow z, h_\xi \rightarrow h_r = 1, h_\eta \rightarrow h_\varphi = r, h_\zeta \rightarrow h_z = 1.$$

За сферична координатна система —

$$\xi \rightarrow r, \eta \rightarrow \varphi, \zeta \rightarrow \theta, h_\xi \rightarrow h_r = 1, h_\eta \rightarrow h_\varphi = r \sin \theta, h_\zeta \rightarrow h_\theta = r.$$

Приложение 3

Електрически свойства на някои материали и среди

Материал или среда	ϵ	$\sigma, \frac{\text{С}}{\text{м}}$	E в проб
Кварц (разтопяван)	3,8	$2 \cdot 10^{-17}$	0,003
	10	10^{-16}	0,001
Полистирол	2,4	10^{-14}	0,0001
Тефлон	2	10^{-15}	0,0002
Съкло	6,9	10^{-13}	0,0018
Полиетилен	2,3	10^{-16}	0,0004
Текстолит	8	10^{-9}	0,07
Гетинакс	6	10^{-8}	0,05
Плексиглас	4	10^{-15}	0,05
Слюда	7	10^{-15}	0,0004
Каучук	2,5	10^{-15}	0,02
Лед, сух пясък,			
Замръзнала почва	4	10^{-5}	
Суха почва	2—6	$10^{-4} - 4 \cdot 10^{-3}$	
Дестилирана вода	80	$2 \cdot 10^{-4}$	
Природна несолена вода	80	$10^{-3} - 2,4 \cdot 10^{-3}$	
Влажна почва	5—30	$10^{-3} - 3 \cdot 10^{-4}$	
Морска вода	80	0,66 — 16	
Желязо	1	10^7	
Промислен алуминий	1	$3,54 \cdot 10^7$	
Мед	1	$5,8 \cdot 10^7$	
Сребро	1	$6,14 \cdot 10^7$	

Приложение 4

Графики Бироуз за определяне на коефициента и ъгъла на дефазирание при отражение

