

**И. АНТОНОВ**

**П. ЦАНКОВ**

**К. ГРОЗДАНОВ**

# **СБОРНИК**

**ПРИМЕРНИ ЗАДАЧИ И ТЕСТОВИ  
ВЪПРОСИ  
ПО „ПРИЛОЖНА МЕХАНИКА НА  
ФЛУИДИТЕ”**

София, 2012 г.

Сборникът с примерни задачи и тестови въпроси е предназначен за студентите-магистри, изучаващи дисциплината „Приложна механика на флуидите” от ВСУ „Ч. Храбър” ; ТУ – София ; ТУ – ИПФ - Сливен.

Решаването на задачите и разработването на въпросите е възможно само при помощта на учебните пособия по дисциплината : И.Антонов „Приложна механика на флуидите” ; И.Антонов, А.Терзиев, Р.Величкова „Учебно пособие по Приложна механика на флуидите”.

В сборника са дадени няколко решени задачи с цел да се покаже методиката на решаването с употреба на съответните зависимости взети от упоменатите издания.

Електронното издание ще бъде допълнително – обогатено и със задачи от други раздели на дисциплината.

Авторите с удоволствие ще приемат всички препоръки и открити дефекти в изданието.

Проф. д-р Иван Антонов

## **ПЪРВА ЧАСТ**

### **ТЕОРИЯ НА ТУРБУЛЕНТНИТЕ СТРУИ**

1.1. Плоска турбулентна свободна струя (  $U_2=0$ ;  $\gamma=0$  ) се разпространява в еднородна среда. Определете изменението (затихването) на максималната скорост  $U_m$  и широчината на струята (разширението на струйния граничен слой)  $b$  по дължина на течението. Началната широчина на струята  $b = 5 \text{ mm}$  и скорост  $U_0 = 35 \text{ m/s}$ .

**Упътване:** Началното количество на движение за плоска струя се определя като:  $I_o = b_o \cdot U_o^2$ .

1.2. Намерете изменението на параметрите  $U_m$  и  $b$  по  $x$  за ососиметрична свободна струя ( $j=1$ ) с начална скорост  $U_o=40 \text{ m/s}$  и  $r_o = 15 \text{ cm}$ .

Началното количество на движение :  $I_o = \pi \cdot r_o^2 \cdot U_o^2$ .

1.3. При условията на зад.2 да се определи как се променят затихването на максималната скорост  $U_m$  и широчината  $b$  на ососиметричната струя, ако турбулентността се увеличи 2; 3; 4 пъти (условие предполагащо наличие на допълнителни устройства).

**Указание:** Като се приеме, че при нормални условия  $\beta=0,09$  за ососиметричната струя, увеличаване на турбулентността се моделира чрез умножаване по зададените стойности. Необходимо е да се начертаят на единна графика  $U_m = f(b; x)$  и съответно  $b = f(\beta; x)$

1.4. Определете дебелината на струйния граничен слой  $b$ , границата на потенциалното ядро, външната граница на размесване  $y_2$  и дължината на потенциалното ядро за началния участък на плоска турбулентна струя

изтичаща, в спътна среда. Началните скорости са  $U_1 = 40 \text{ m/s}$  и  $U_2 = 40 \text{ m/s}$ .

**Указание:** Съответните величини да се дадат в зависимост от координата  $x$ .

1.5. Определете дебелината на струйния граничен слой  $b$ , границата на потенциалното ядро, външната граница на размесване  $y_2$  и дължината на потенциалното ядро за началния участък на плоска турбулентна струя при следните условия:  $U_1 = 50 \text{ m/s}$ , а  $U_2$  приема съответно стойност:  $U_2 = 5, 10, 20, 30$  и  $40 \text{ m/s}$ . Да се изследва влиянието на спътното течение чрез параметъра  $m = U_2 / U_1$  по дължина на струята.

1.6. Определете изменението на дебелината на струйния граничен слой  $b$ , границата на потенциалното ядро  $y_1$ , външната граница на размесване  $y_2$  и дължината на потенциалното ядро за началния участък на плоска турбулентна струя с отношение на началните скорости  $m = 0,25$  ако началната турбулентност изразена през  $\beta$  се увеличава както следва:  $\beta = \beta_o ; 2. \beta_o ; 4. \beta_o$  при  $\beta_o = 0,097$ . Началната полуширина на струята  $b_o = 0,05 \text{ m}$ .

1.7. Вертикална плоска неизотермична турбулентна струя с положителна подемна сила изтича при следните начални условия във въздушна среда:  $U_o = 40 \text{ m/s}$ ;  $T_o = 497 \text{ K}$ ;  $T_{ok} = 297 \text{ K}$ ;  $b_o = 1 \text{ m}$

Определете изменението на  $\bar{u}_m$  (затихването на максималната скорост) и  $\Delta \bar{\rho}_m$  (изменението на относителната разлика в плътностите) в зависимост от височината  $\bar{X}$  над началното сечение (в първия участък на течението) и начертайте тази зависимост.

1.8. Определете изменението на максималната скорост  $\bar{u}_m$  и максималната разлика в плътностите  $\overline{\Delta\rho_m}$  при вертикална ососиметрична неизмотермична струя с положителна подемна сила в третия участък от течението. Струята изтича с начална скорост  $U_o = 40 \text{ m/s}$  и начален радиус  $r_o = 1 \text{ m}$  в среда с температура  $T_{ok} = 293 \text{ K}$ . Как ще се променят параметрите на течението по оста  $\bar{X}$ , ако температурата на струята се мени в границите  $T_2 = 303 \text{ K}; 503 \text{ K}; 903 \text{ K}$ .

1.9. Определете изменението на максималната скорост  $\bar{u}_m$  и максималната разлика в плътностите  $\overline{\Delta\rho_m}$  при вертикална неизмотермична струя с положителна подемна сила в първия участък от течението. Струята изтича с начална скорост  $U_o = 40 \text{ m/s}$ , начална широчина  $b_o = 2 \text{ m}$ , температура на струята -  $T_2 = 573 \text{ K}$  ако температурата на околната среда се променя в границите.  $T_{ok} = 293 \text{ K}; 263 \text{ K}; 243 \text{ K}$ .

1.10. Определете стойностите на числата на Грасхоф Gr и Архимед Ar в зависимост от промяната на условията на изтичане на вертикална неизмотермична струя с положителна подемна сила при следните условия:

а)  $d = 0,5 \text{ m}$  ;  $T_{ok} = 293 \text{ K}$  ;  $U_o = 40 \text{ m/s}$  ;

$T_o = 273 \text{ K}$  ;  $303 \text{ K}$  ;  $503 \text{ K}$

б)  $T_{ok} = 293 \text{ K}$  ;  $T_o = 393 \text{ K}$  ;  $U_o = 40 \text{ m/s}$  ;  $d = 0,1 \text{ m}$  ;  $0,5 \text{ m}$  ;  $2 \text{ m}$  ;  $4 \text{ m}$

в)  $d_o = 0,2 \text{ m}$  ;  $T_{ok} = 293 \text{ K}$  ;  $T_o = 393$  ;  $U_o = 10 \text{ m/s}$  ;  $20 \text{ m/s}$  ;  $40 \text{ m/s}$

**Указание:** Плътността  $\rho$  се определя по закона на Клапейрон

$$\rho = p / ( R \cdot T )$$

1.11. Определете параметрите на конвективна турбулентна струя във функция на  $x / D_o$  при следните начални условия:

- а)  $D_o = 0,25 \text{ m}$  ;  $\Delta T_o = 250 \text{ K}$   
 б)  $D_o = 0,5 \text{ m}$  ;  $\Delta T_o = 250 \text{ K}; 300 \text{ K}; 600 \text{ K}$

1.12. Определете изменението по височина на течението на максималната скорост  $u_m$  и максималната температура на разпространението на вертикална неизмотермична струя с отрицателна подъемна сила при следните начални условия:  $U_o = 40 \text{ m/s}$  ;  $d_o = 1 \text{ m}$  ;  $T_{ok} = 293 \text{ K}$  ;  $T_o = 263 \text{ K}$ .

1.13. Намерете и начертайте в графичен вид зависимостта на затихването на максималната скорост на вертикална неизмотермична турбулентна струя при следните начални условия на изтичане:

- а)  $d_o = 2 \text{ m}$  ;  $T_{ok} = 293 \text{ K}$  ;  $T_o = 393 \text{ K}$   
 $U_o = 20 \text{ m/s}$  ;  $40 \text{ m/s}$  ;  $60 \text{ m/s}$   
 б)  $d = 1 \text{ m}$  ;  $T_{ok} = 293 \text{ K}$  ;  $U_o = 30 \text{ m/s}$   
 $T_o = 303 \text{ K}$  ;  $273 \text{ K}$  ;  $233 \text{ K}$ .

1.14. Определете максималната височина (далекобойност) на вертикална неизмотермична струя с отрицателна подъемна сила при:  $d_o = 0,5 \text{ m}$  ;  $T_{ok} = 293 \text{ K}$  ;  $T_o = 273 \text{ K}$  ;  $U_o = 30 \text{ m/s}$ .

1.15. Как ще се промени максималната височина (далекобойност) на вертикална неизмотермична струя с отрицателна подъемна сила, изтичаща от дюза с  $\Delta T_m = T_o - T_{ok} = 600 \text{ K}$  ;  $d_o = 2 \text{ m}$  ;  $U_o = 40 \text{ m/s}$  ;  $T_{ok} = 203 \text{ K}$  ако  $T_o$  се мени както следва:  $T_o = 273 \text{ K}$  ;  $233 \text{ K}$  ;  $213 \text{ K}$ .

**Указание:** Начертайте зависимостта  $L = f(x, T_o)$ .

1.16. Определете затихването (намаляването) на максималната скорост над горски пожар с мощност  $Q = 250 \text{ kW}$ , ако е дадено  $T_{ок} = 293 \text{ K}$ ,  $C_p = \dots\dots\dots$

1.17. Над огнището на пожар възниква конвективна струя. Мощността на пожара е  $Q = 500 \text{ kW}$ . Определете затихването (намаляването) на максималните скорости  $\bar{U}_m$  и температурната разлика  $\Delta T_m$  в зависимост височината  $x$  над пожара. Дадено е  $C_p = \dots\dots\dots$ ,  $T_{ок} = 303 \text{ K}$ .

**Указание:** Начертайте зависимостите  $\bar{U}_m = f(z)$  и  $\Delta T_m = f(\bar{x})$ .

1.18. При условието посочено в задача 16, изчислете действителната стойност на  $U_m$ , ако  $U_m = \bar{U}_m \cdot U_o$  и  $\Delta T_m = \Delta \bar{T}_m, \Delta \bar{\bar{T}}_m$ . Приемете, че  $\Delta T_o = T_o - T_{ок} = 600 \text{ K}$ .

**Указание:** Началната скорост се изчислява по зависимостта на Дризуит  $U_o = 1,0 \cdot Q^{1/5}$ , където се знае, че  $\Delta T_m = T_m - T_o$ , определете действителните стойности  $T_m$ . Начертайте  $U_m = f(x)$  и  $T_m = f(x)$ .

1.19. Намерете затихването (намаляването) на максималната скорост  $U_m$  и на максималната температурна разлика над огнище на горски пожар със следните параметри:  $D_o = 115 \text{ m}$  и  $\Delta T_m = 800 \text{ K}$ .

Начертайте зависимостта  $\bar{U}_m = f(\bar{x})$  и  $\Delta T_m = f(x)$ . Използвайте при определяне  $\dots\dots\dots$ стойностите за  $\dots\dots\dots$ разположени на повърхността.

1.20. Единична частица примеси се движат в струен граничен слой. Диаметърът на частицата е  $D_p = 300 \text{ }\mu\text{m}$ , температурата на носещата въздушна среда  $T_g = 293 \text{ K}$ . Безразмерното напречно разпределение на скоростта  $f = U / U_m = (1 - \eta^{3/2})^2$  при  $\eta = y/b$ . Ширината на струйния

граничен слой е  $b = 32 \text{ mm}$  . Намерете стойностите на силите на Сафман за  $y = 1; 5; 10; 15; 20 \text{ mm}$  . Изчертайте  $f_s = f(\eta)$  .

1.21. Единична частица примеси с диаметър  $D_p = 100 \mu\text{m}$  се движи във високотемпературна въздушна среда с  $T_g = 773\text{K}$  . Определете силата от термофореzata, действаща върху частицата, ако:  $\lambda_p = \dots$  . Напречното разпределение на температурата в безразмерен вид се подчинява на зависимост :  $f_T = T_g / T = 1 - \eta^{3/2}$  при  $\eta = y/b$  ;  $b = 50 \text{ cm}$ , а  $y$  приема стойност -  $y = 5; 10; 15; 25 \text{ cm}$  .

1.22. Намерете стойностите на силата от аеродинамичното съпротивление  $f_A$  на единична частица примеси с диаметър  $D_p = 50 \mu\text{m}$  и релативна скорост  $V_n = 5 \text{ m/s}$  , ако температурата на носещата среда (въздух) се променя както следва:  $T_g = 250\text{K} ; 273\text{K} ; 573\text{K} ; 1073\text{K}$  .

## **ВТОРА ЧАСТ**

### **ДВУФАЗНИ ТЕЧЕНИЯ**

2.1. Определете изменението по  $X$  на скоростта на частица примеси при следните параметри: ;  $U_{po}=40 \text{ m/s}$  ;  $D_p = 50 \mu\text{m}$  ;  $\rho_g^o = 1,2 \text{ kg/m}^3$  ;  $\rho_p = 1000 \text{ kg/m}^3$  ;  $\nu = 14,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$

2.2 Намерете изменението на скоростта на частица примеси по оста  $X$  при вариране на началните условия на изтичане:

а)  $U_o = 40 \text{ m/s}$  ;  $\rho_p = 2200 \text{ kg/m}^3$  ;  $D_p = 250 \mu\text{m}$  ако температурата на околната среда се мени:  $T_g^o=273 \text{ K}$ ;  $323 \text{ K}$ ;  $373 \text{ K}$

б)  $D_p = 100 \mu\text{m}$  ;  $\rho_p = 1500 \text{ kg/m}^3$  ;  $T_g^o = 293$  ;  $U_o = 10 ; 30 ; 60 \text{ m/s}$

в)  $U_o = 50 \text{ m/s}$  ;  $\rho_p = 2200 \text{ kg/m}^3$  ;  $T_g^o = 303 \text{ K}$  ;  $D_p = 50; 250; 1000 \mu\text{m}$

**Указание :** Използвайте табл. 1 за определяне на  $\rho_g^o$  и  $\rho_p^o$

**Таблица 1**

| $t, ^\circ\text{C}$ | <b>Вода</b>               |                                   |                                           | <b>Въздух</b>             |                                   |                                           |
|---------------------|---------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------|
|                     | $\rho$<br>$\text{kg/m}^3$ | $\mu \cdot 10^5$<br>$\text{Pa/s}$ | $\nu \cdot 10^6$<br>$\text{m}^2/\text{s}$ | $\rho$<br>$\text{kg/m}^3$ | $\mu \cdot 10^5$<br>$\text{Pa/s}$ | $\nu \cdot 10^6$<br>$\text{m}^2/\text{s}$ |
| <b>0</b>            | 1000                      | 179,5                             | 1,80                                      | 1,29                      | 1,67                              | 13,0                                      |
| <b>10</b>           | 1000                      | 171,5                             | 1,30                                      | 1,24                      | 1,74                              | 13,9                                      |
| <b>20</b>           | 998                       | 101,0                             | 1,01                                      | 1,20                      | 1,79                              | 14,9                                      |
| <b>40</b>           | 992                       | 65,5                              | 0,661                                     | 1,12                      | 1,91                              | 17,0                                      |
| <b>60</b>           | 983                       | 47,4                              | 0,482                                     | 1,06                      | 2,03                              | 19,2                                      |
| <b>80</b>           | 972                       | 35,7                              | 0,368                                     | 0,99                      | 2,15                              | 21,7                                      |
| <b>100</b>          | 958                       | 28,3                              | 0,296                                     | 0,94                      | 2,28                              | 24,5                                      |

2.3. Намерете траекторията на движеща се във въздушна среда течна капка с диаметър  $D_p = 250 \mu m$  ; начална скорост  $U_{po} = 40 m/s$  ;  $\rho_p^o = 1000 kg/m^3$  . Температурата на средата е  $T_g^o = 293K$  . Начертайте  $x$  и  $y$  в зависимост от времето  $t$  като  $y = f(x)$  .

**Указание:** Кривата  $y = f(x)$  се чертае като при  $t = const.$  се взимат стойностите на  $x$  и  $y$ .

2.4. Определете скоростните компоненти  $U$  и  $V$  при условията на задача 3.

**Указание:**  $U = \frac{\partial x}{\partial t}$ ;  $v = \frac{\partial y}{\partial t}$ .

2.5. Определете дължината на хоризонталния пробег на частица примеси  $x_\infty$  при следните начални условия: диаметър на частицата -  $D_p = 250 \mu m$ ; плътност на флуида -  $\rho_g^o = 1,2 kg/m^3$ ; плътност на частицата примес -  $\rho_p = 1000 kg/m^3$ ; температурата на флуида -  $T_g^o = 293 K$ ; началната скорост на частицата примес -  $U_{po} = 35 m/s$  .

2.6. Намерете влиянието на промяната на началните условия върху дължината на хоризонталния пробег на частица примеси:

- а)  $U_{po} = 40 m/s$  ;  $\rho_g^o = 1,2 kg/m^3$  ;  $T_g^o = 293K$  ;  $\rho_p^o = 1000 kg/m^3$  ;  
 $D_p = 50 \mu m$ ;  $250 \mu m$  ;  $1000 \mu m$  .
- б)  $U_{po} = 40 m/s$  ;  $\rho_g^o = 1,2 kg/m^3$  ;  $T_g^o = 293K$  ;  $D_p = 250 \mu m$  .  
 $\rho_p^o = 1,2 kg/m^3$ ;  $500 kg/m^3$  ;  $2000 kg/m^3$  ;  $7800 kg/m^3$  .
- в)  $\rho_g^o = 1,2 kg/m^3$  ;  $T_g^o = 293K$  ;  $D_p = 250 \mu m$  ;  $\rho_p^o = 1000 kg/m^3$  ;  
 $U_{po} = 10$  ;  $20$  ;  $40$  ;  $80 m/s$  .

2.7. Определете траекторията на движеща се във въздушна среда частица примеси при следните условия:  $U_g = 5 \text{ m/s}$  ;  $D_p = 250 \mu\text{m}$  ;  $\rho_g = 1,2 \text{ kg/m}^3$  ;  $\rho_p = 1000 \text{ kg/m}^3$  ;  $T_g = 293 \text{ K}$  .

**Указание:** Използвайте уравнение (5.51 – стр.126) [1] като приемете  $B_t = 0$  .

2.8. Намерете изменението на скоростните компоненти при  $V_p$  на движеща се във въздушна среда частица примеси при следните условия:  $U_g = 5 \text{ m/s}$  ;  $D_p = 250 \mu\text{m}$  ;  $\rho_g = 1,2 \text{ kg/m}^3$  ;  $\rho_p = 1000 \text{ kg/m}^3$  ;  $T_g = 293 \text{ K}$

**Указание:** Използвайте уравнение 5.51 като приемете  $B_t = 0$  .

2.9. Определете траекторията на твърда частица примеси движеща се в газова среда с плътност  $\rho_g = 1,2 \text{ kg/m}^3$  ;  $T_g = 293 \text{ K}$  ;  $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$  ;  $U_g = 2 \text{ m/s}$  при отношение на силата на термофореза и силата от собствено тегло  $B_t = 0,5$ .

2.10. Как ще се промени ъгъла на наклона на траекторията  $\alpha$  на твърда частица примеси движеща се в газова среда при следните условия:  $U_g = 2 \text{ m/s}$  ;  $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$  ;  $T_g = 393 \text{ K}$  ;  $D_p = 250 \mu\text{m}$  , ако  $B_t = 0$  ;  $0,8$  ;  $1,5$  ;  $2$  .

2.11. Определете изменението на  $U_p$  и  $V_p$  в зависимост от времето  $t$  и координатите  $x$  и  $y$  на частица примеси с  $D_p = 300 \mu\text{m}$ , движеща се във въздушна (газова) среда с температура  $T_g = 393 \text{ K}$ . Плътността на частицата е  $\rho_p = 3000 \text{ kg/m}^3$  . Отношението на силите от термофореза и от собствено тегло  $B_t = 1$  .

2.12. Единична частица примеси изтича от височина спрямо хоризонтална равнина  $H = 2 \text{ m}$  със скорост  $U_{p0} = 40 \text{ m/s}$  , другите

условия са : диаметър  $D_p = 250 \mu m$  ;  $T_g = 293 K$  ;  $\rho_p^0 = 1000 kg/m^3$  ;  
 $B_t = 0$

Определете точката ( координатата) по  $x$  , в която частицата ще достигне хоризонталната повърхност. Решете задачата и при начална скорост -  $U_{p0} = 5 m/s$  .

2.13. Как ще се промени аеродинамичната съпротивителна сила за единична частица примеси с диаметър  $D_p = 1000 \mu m$ , при температура на носещата въздушна среда  $T_g = 293K$  , ако релативната скорост  $V = 5 m/s$  ;  $15 m/s$  ;  $30 m/s$  .

2.14. Житно зърно с приведен диаметър  $D_p = 3 mm$ , се движи във въздушна среда с релативна скорост  $V = 5 m/s$  и температура  $T_g = 293K$  . Определете аеродинамичната съпротивителна сила  $f_A$  , като се има предвид овалната форма на зърното.

2.15. При условията на задача 14 определете съотношението между аеродинамичната съпротивителна сила и силата от собственото тегло на частицата [  $f_g = m_p g (m_p = \rho_p W_p) : \frac{f_A}{f_g}$  ].

2.16. Частица примеси с диаметър  $D_p = 50 \mu m$  се движи в.....граничен слой. Носещата въздушна среда е с температура  $T_g = 303K$  . Разпределението на скоростта в граничния слой се подчинява на степенния закон -  $u / U = (y / \delta)$  . Приемете  $\delta = 2 mm$  и определете силата на Сафман за разстояние от стената:  $y = 0,5$  ;  $1$  ;  $1,5 mm$  ,  $Re = 1,1 \cdot 10^5$  .

**Таблица №2**

„Стойности за показателя ***n*** за турбулентно течение в кръгла тръба”

|                   |                                |                                  |                                  |                                  |                                  |
|-------------------|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <b><i>Re</i></b>  | <b><i>4.10<sup>3</sup></i></b> | <b><i>2,3.10<sup>4</sup></i></b> | <b><i>1,1.10<sup>5</sup></i></b> | <b><i>1,1.10<sup>6</sup></i></b> | <b><i>3,2.10<sup>6</sup></i></b> |
| <b><i>n</i></b>   | <i>1/6</i>                     | <i>1/6,6</i>                     | <i>1/7</i>                       | <i>1/8,8</i>                     | <i>1/10</i>                      |
| <b><i>u/U</i></b> | <i>0,791</i>                   | <i>0,806</i>                     | <i>0,817</i>                     | <i>0,853</i>                     | <i>0,865</i>                     |

2.17. При условията на задача 16 да се намери как ще се промени силата на Сафман ако:

а) температурата на средата се променя както следва:

$$T_g = 253K ; 293K ; 473K ; 1073K$$

б) числото на Рейнолдс  $Re$  е от:  $Re = 1.10^3 ; 1,1.10^6 ; 3,3. 10^6$

## **ТРЕТА ЧАСТ**

### **ХИДРАВЛИЧНИ СЪПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ДВУФАЗНИ ТЕЧЕНИЯ**

3.1. Определете как ще се увеличат загубите от линейни съпротивления с увеличаване масовото по дебит паросъдържание  $x = 0,1; 0,5; 0,9$ .

3.2. Определете загубите от линейни съпротивления в тръбен участък, в който тръбите не са подложени на директно нагряване. Дадено е  $W = 5 \text{ m/s}$  ;  $\lambda = 0,24$  ;  $l = 100 \text{ m}$  ;  $d = 60 \text{ mm}$ .

3.3. Определете загубите от линейни съпротивления в директно нагряван тръбен участък при  $\bar{x} = 0,4$  ;  $W = 10 \text{ m/s}$  ;  $l = 150 \text{ m}$  ;  $d = 60 \text{ mm}$ .

3.4. Определете загубите от хидравлични съпротивления в прахоуловител при следните параметри:  $\lambda = 0,07$  ;  $L_{екв} = 5 \text{ m}$  ;  $D = 0,8 \text{ m}$  ;  $\rho_g = 1,2 \text{ kg/m}^3$  ;  $Q = 50 \text{ m}^3/\text{h}$  ;  $H = 0,5$  .

3.5. Определете критичната скорост, под която е възможно транспортиране на частици примеси без утаяване при следните условия  $D = 250 \text{ mm}$  ;  $D_p = 150 \text{ }\mu\text{m}$  ;  $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$  ;  $\rho_g = 1,2 \text{ kg/m}^3$ .

**ПРИМЕРЕН ТЕСТ**  
**ПО**  
**„ПРИЛОЖНА МЕХАНИКА НА ФЛУИДИТЕ”**

Въпросите в този тест обхващат цялата дисциплина с общото наименование „Приложна механика на флуидите”. Тя обхваща магистърските курсове по „Приложна механика на флуидите”, „Механика на флуидите в ЯЕЦ”, „Приложна и изчислителна хидроаеродинамика” и „Двуфазни течения и системи”. Всички въпроси в теста се отнасят до първите две дисциплини, като тези касаещи ПИХАД и ДТС са означени както следва:

- ПИХАД – \*

- ДТС – \*\*

Теста е даден по съответните глави на учебника по „Приложна механика на флуидите” от Иван Антонов, изд. на ТУ-София, 2009, 2010 г.

1.1. Общи уравнения в механиката на флуидите

1.1. Формулирайте видовете „двуфазни системи” и определете условията на съществуването им.\*\*

1.2. Какво представлява „скоростта на вртаене”\*\*

1.3. Методи за изследване на двуфазни течения\*\*

1.4. Условие за непрекъснатост при двуфазни течения\*\*

1.5. Запишете на какво е равна силата от аеродинамично съпротивление. Особенности.\*\*

1.6. Магнусова сила. Формулировка и изрази за пресмятане.\*\*

1.7. Сила на Сафман

1.8. Сила от термо- и турбофореза.\*\* Формулирайте израза за пресмятане.\*\*

1.9. Сили от електро- и фотофореза. Възникване и изрази за пресмятане.\*\*

- 1.10. Лагранжеви уравнения за движение.\*\*
- 1.11. Ойлерови уравнения за движение на нееднородни среди.\*\*
- 1.12. Същност на двуфлуидния метод при моделиране на двуфазни течения.

## **Глава втора и трета**

- 2.1. Що е дисипация на механичната енергия. На какво е равна дисипацията при флуидните течения.
- 2.2. Обяснете принципът на минимум на дисипация.
- 2.3. Дифузия на завихрянето. Основни зависимости.
- 2.4. Дифузия на топлина при несвиваем вискозен флуид.
- 2.5. Дифузия на примеси.
- 2.6. Запишете и обяснете уравненията за движение в цилиндрична координатна система.\*
- 2.7. Топло- и масопренос в условията на пристенна турбулентност. Молекулярен и молярен пренос.

## **Глава четвърта**

Забележка: Всички въпроси към глава четвърта се отнасят и до дисциплината ПИХАД, затова няма да се отбелязват със звездички.

- 4.1. Дайте определение за турбулентна струя. Структура. Афинност и автомоделност.
- 4.2. Запишете основните уравнения за турбулентни струи в декартова координатна система.
- 4.3. Запишете основните уравнения за турбулентна струя в цилиндрична координатна система.
- 4.4. Гранични условия при свободни турбулентни струи.
- 4.5. Основни интегрирани условия при турбулентни струи.

4.6. Опишете решението чрез интегрални методи за основния участък на свободна турбулентна струя ( $U_2=0$ ).

4.7. Особенности, основни зависимости и приложение при пристенни турбулентни струи.

4.8. Основни зависимости при завъртяни турбулентни струи. Степен на въртене.

4.9. Генериране на завъртяни течения.

4.10. Скоростно поле при завъртяни турбулентни струи.

4.11. Основни ефекти при завъртяни турбулентни струи.

4.12. Циклонни стартери. Схема и принцип на действие.

4.13. Канални (ограничени) струйни течения. Определение и видове.

4.14. Интегрални условия при решаване на канални струйни течения.

## Глава пета

5.1. Основни уравнения. Особенности.\*

5.2. Вертикални пещотермични турбулентни струи. Видове.\*\*

5.3. Основни зависимости за пресмятане на вертикални изотермични турбулентни струи.\*

5.4. Определение за конвективна струя. Възникване и развитие.

5.5. Основни параметри на конвективна струя.

5.6. Вертикална неизотермична струя с отрицателна подъемна сила. Схема. Далекобойност.

5.7. Основни уравнения при пространствено движение на единична частица примеси (Метод на Лагранж).\*\*

5.8. Основни уравнения при двуфазни турбулентни струи.\*\*

5.9. Интегрални условия при двуфазни турбулентни струи.\*\*

5.10. Основни уравнения при течение на влажна пара.

5.11. Зони при течения на влажна пара в междуклетъчен канал. Вихрови зони. Кондензация.

5.12. Пресмятане на равнинни двуфазни течения в лопатъчна решетка. Основни уравнения.

## Глава шеста

6.1. Модели на турбулентност от нулев порядък.

6.2. Двупараметрични модели на турбулентността ( $k$ - $\epsilon$ -модел).  
Основни уравнения.

6.3. Определяне на турбулентните напрежения при  $k$ - $\epsilon$  -модел.

6.4. Модели от първи порядък с повече или две уравнения.

6.5. Модели от втори порядък (за Re-напрежения). Особености.  
Основни моделни уравнения.

6.6. Директни методи за решаване на уравненията за движение.  
Основни понятия.

6.7. Модел на турбулентност от нулев порядък при двуфазни течения.\*\*

6.8. Трипараметричен ( $k_g$ - $k_p$ -  $\epsilon$ ) модел при двуфазни течения.\*\*

6.9. Моделиране на турбулентния топло- и масообмен.\*\*

6.10. Особености при приложение на директните методи.

## Глава седма

Забележка: Всички въпроси от този раздел се отнасят и до дисциплината ПИХАД.

7.1. Характеристики на дисперсни (разпръснати) смеси.

7.2. Хидравлично разпръскване. Видове. Схеми.

7.3. Механично разпръскване. Видове. Схеми.

7.4. Пневматично разпръскване. Видове. Схеми.

7.5. Акустично и ултразвуково разпръскване. Видове. Схеми.

7.6. Електростатично разпръскване. Видове. Схеми.

7.7. Пулсационно разпръскване. Видове. Схеми.

7.8. Разпръскване с предварително газонасищане. Принципи на действие. Схеми.

7.9. Механизъм на разпадане течната струя на капки.

7.10. Видове разпръскване.

## **Глава осма**

8.1. Линейни съпротивления при пароводни смеси.

8.2. Местни съпротивления. Влияние на двуфазния върху коефициентите на местно съпротивление.

8.3. Местни съпротивления при внезапно стеснение и разширение при двуфазни течения

8.4. Двуфазни течения в колена.

8.5. Хидравлични съпротивления при газ носещ твърди примеси. Видове загуби.\*\*

8.6. Съпротивление при течности, носещи твърди примеси.\*\*

8.7. Загуби на налягане при хомогенно или псевдохомогенно движение.\*\*

8.8. Хетерогенен режим при хоризонтален тръбопровод.\*\*

## РЕШЕНИ ЗАДАЧИ - ПЪРВА ЧАСТ

### ЗАДАЧА 1.1

1.1. Плоска турбулентна свободна струя (  $U_2=0$ ;  $\gamma=0$  ) се разпространява в еднородна среда. Определете изменението (затихването) на максималната скорост  $U_m$  и широчината на струята (разширението на струйния граничен слой)  $b$  по дължина на течението. Началната широчина на струята  $b = 5 \text{ mm}$  и скорост  $U_0 = 35 \text{ m/s}$ .

**Упътване:** Началното количество на движение за плоска струя се определя като:  $I_o = b_o \cdot U_o^2$ .

### Решение:

Определянето на  $U_m$  и  $b$  по  $x$  се получава по зависимостите (4.51) стр.82 от [ 1 ] .

1. За плоска струя (  $j = 0$  ) дължината на началния участък след който са валидни тези зависимости съгласно [ 3 ] теоретически е :

$$\overline{x_n} = 9 \rightarrow x_n = b_o \overline{x_n} = 0,005 \cdot 9 = 0,045 \text{ m}$$

На практика отново [ 3 ] препоръчва  $\overline{x_n} \geq 20$

2. Началното количество на движение за плоска струя [2] се определя като:

$$I_o = b_o \cdot U_o^2 = 0,005 \cdot 35^2 = 6,125 \text{ m}^3/\text{s}^2$$

3. Широчината на плоската струя (  $j = 0$  ) по дължина на течението:

$$b = 22,7 \cdot \beta^2 \cdot x$$

където  $\beta = 0,097$  по [1] ; [3]

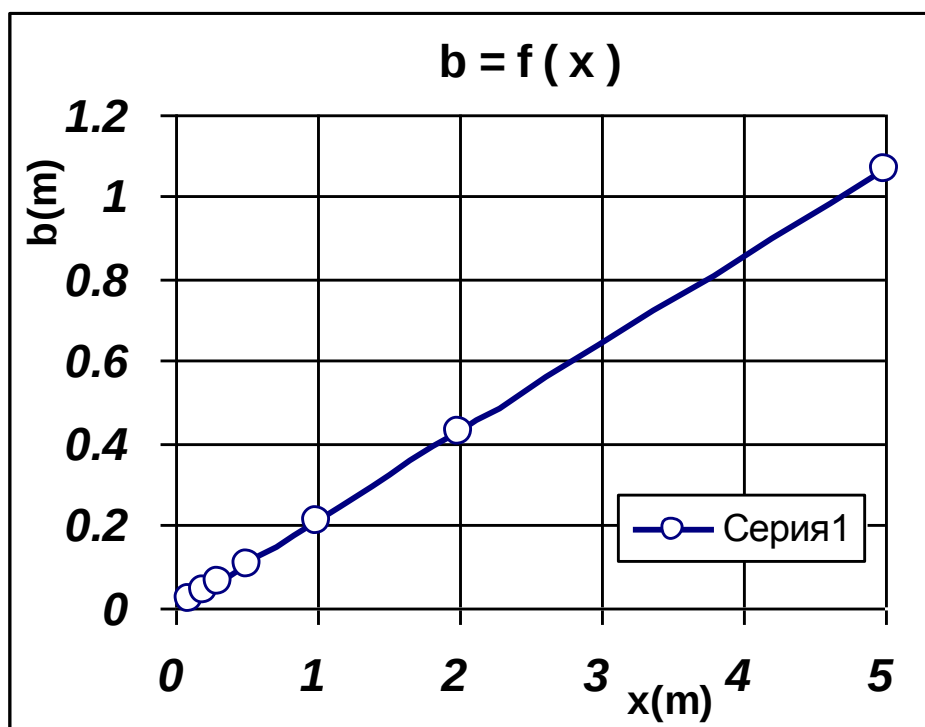
$$b = 22,7. (0,097)^2 \cdot x = 0,2136 \cdot x$$

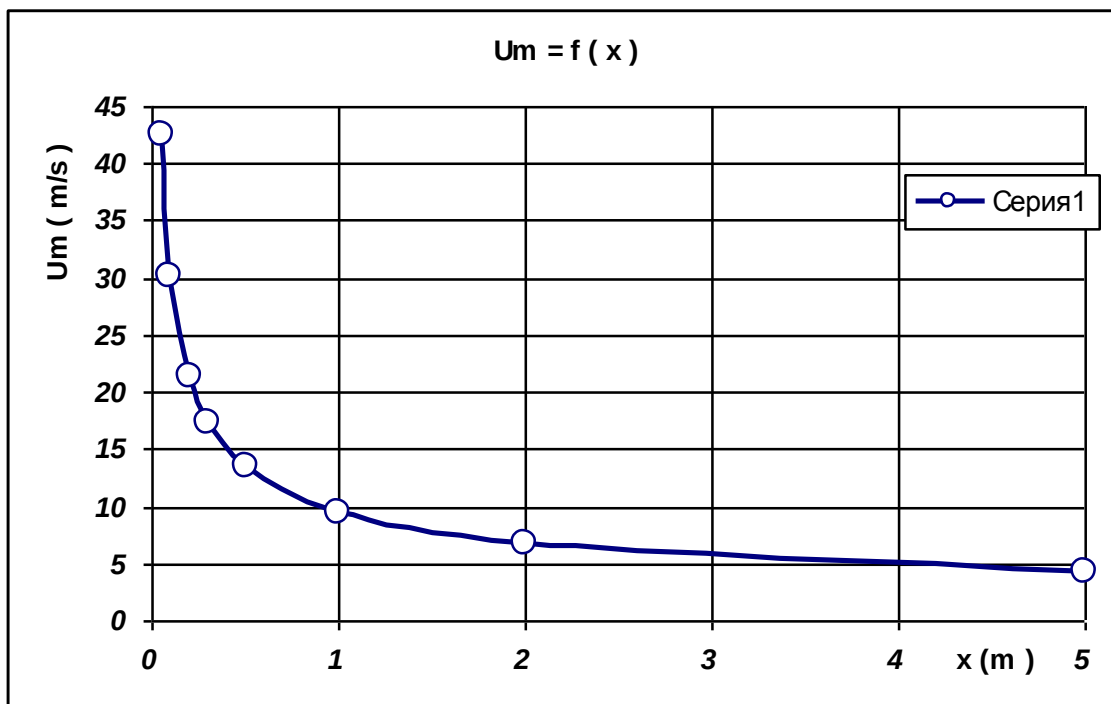
4. Максималната скорост ( по оста на струята )  $U_m$  по дължина на течението:

$$U_m = \sqrt{\frac{I_o}{0,316 \cdot b}} = \sqrt{\frac{6,125}{0,316 \cdot 0,2136 \cdot x}} = \frac{9,526}{\sqrt{x}}$$

5. По дължината на течението ( по  $x$  ) се получава :

|                     |        |        |        |        |       |       |       |       |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| $x \text{ ( m )}$   | 0,05   | 0,1    | 0,2    | 0,3    | 0,5   | 1     | 2     | 5     |
| $b \text{ ( m )}$   | 0,0107 | 0,0214 | 0,0427 | 0,0641 | 0,107 | 0,214 | 0,427 | 1,068 |
| $U_m \text{ (m/s)}$ | 42,6   | 30,12  | 21,30  | 17,39  | 13,47 | 9,53  | 6,74  | 4,26  |





### ЗАДАЧА 1.2

1.2 Намерете изменението на параметрите  $U_m$  и  $b$  по  $x$  за ососиметрична свободна струя ( $j=1$ ) с начална скорост  $U_o=40 \text{ m/s}$  и  $r_o = 15 \text{ cm}$ .

Началното количество на движение :  $I_o = \pi \cdot r_o^2 \cdot U_o^2$ .

**Решение:**

Определянето на  $U_m$  и  $b$  по  $x$  се получава по зависимостите (4.52) стр.82 от [ 1 ] .

1. За ососиметрична струя ( $j = 1$ ) дължината на началния участък след който са валидни тези зависимости съгласно [ 3 ] теоретически е :

$$\overline{x_n} = 9,6 \quad \rightarrow \quad x_n = r_o \cdot \overline{x_n} = 0,15 \cdot 9,6 = 1,44 \text{ m}$$

На практика отново [ 3 ] препоръчва  $\overline{x_n} \geq 20$

2. Началното количество на движение за ососиметрична струя [2] се определя като:

$$I_o = \pi \cdot r_o^2 \cdot U_o^2 = \pi \cdot 0,15^2 \cdot 40^2 = 113,1 \text{ m}^4/\text{s}^2$$

3. Широчината на ососиметрична струя ( j = 1 ) по дължина на течението:

$$b = 27,3 \cdot \beta^2 \cdot x$$

където  $\beta = 0,090$  по [1] ; [3]

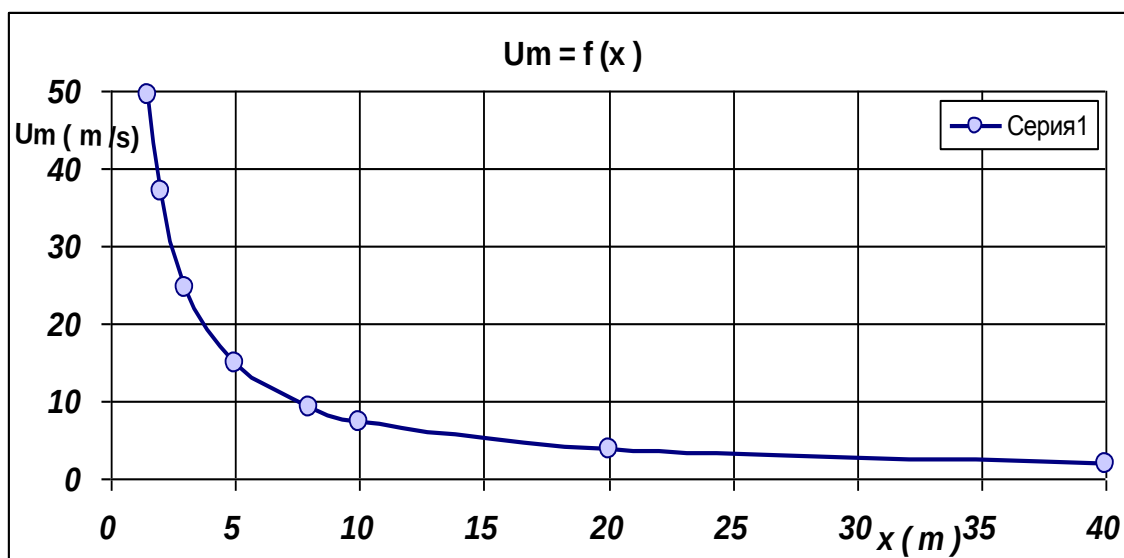
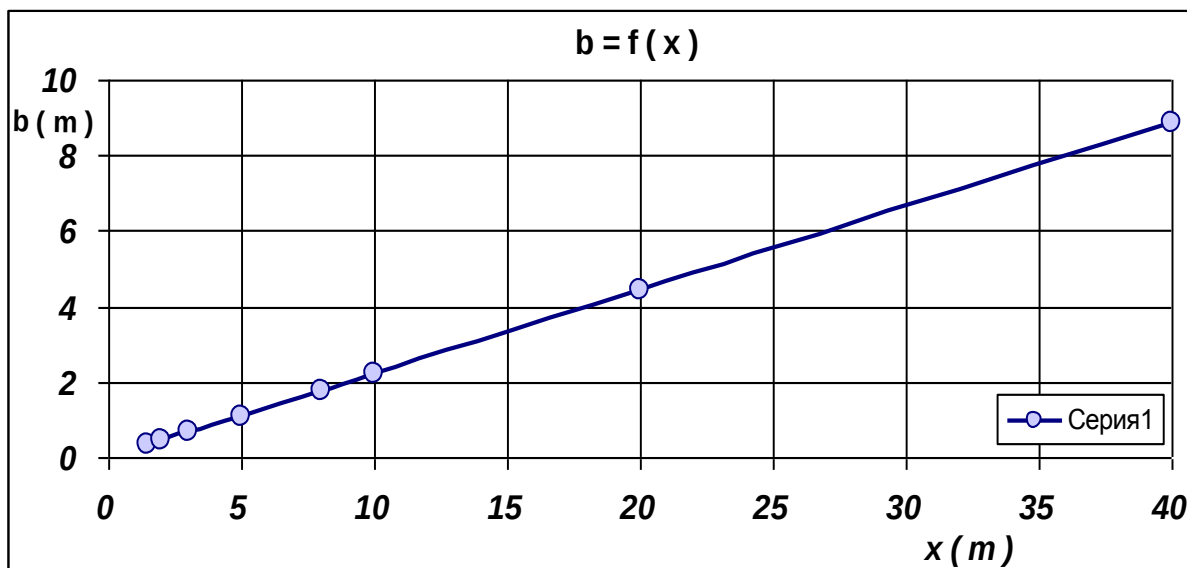
$$b = 27,3 \cdot (0,090)^2 \cdot x = 0,221 \cdot x$$

4. Затихването на максималната скорост ( по оста на струята )  $U_m$  по дължина на течението:

$$U_m = \sqrt{\frac{I_o}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{b} = \sqrt{\frac{113,1}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{0,221 \cdot x} = \frac{74,167}{x}$$

5. По дължината на течението ( по x ) се получава :

|            |              |              |              |              |             |             |             |             |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $x ( m )$  | <b>1,5</b>   | <b>2</b>     | <b>3</b>     | <b>5</b>     | <b>8</b>    | <b>10</b>   | <b>20</b>   | <b>40</b>   |
| $b ( m )$  | <b>0,33</b>  | <b>0,44</b>  | <b>0,66</b>  | <b>1,10</b>  | <b>1,77</b> | <b>2,21</b> | <b>4,42</b> | <b>8,84</b> |
| $U_m(m/s)$ | <b>49,44</b> | <b>37,08</b> | <b>24,72</b> | <b>14,83</b> | <b>9,27</b> | <b>7,42</b> | <b>3,71</b> | <b>1,85</b> |



### ЗАДАЧА 1.3

1.3 При условията на зад. 2 да се определи как се променят затихването на максималната скорост  $U_m$  и широчината  $b$  на ососиметричната струя, ако турбулентността се увеличи 2; 3; 4 пъти (условие предполагащо наличие на допълнителни устройства).

**Указание:** Като се приеме, че при нормални условия  $\beta = 0,09$  за ососиметричната струя, увеличаване на турбулентността се моделира

чрез умножаване по зададените стойности. Необходимо е да се начертаят на единна графика  $U_m = f(b; x)$  и съответно  $b = f(\beta; x)$

### Решение:

1. Определянето на  $U_m$  и  $b$  по  $x$  за ососиметрична струя ( $j = 1$ ) се получава по зависимостите (4.52) стр.82 от [ 1 ] .

2. Началното количество на движение за ососиметрична струя [2] по условията на зад.2 се определя като:

$$I_o = \pi \cdot r_o^2 \cdot U_o^2 = \pi \cdot 0,15^2 \cdot 40^2 = 113,1 \text{ m}^4/\text{s}^2$$

3. Широчината на ососиметрична струя ( $j = 1$ ) по дължина на течението :

$$b = 27,3 \cdot \beta^2 \cdot x$$

Изследването на широчината на струята и максималната скорост се провежда при различни стойности на турбулентността  $\beta = (1.\beta ; 2.\beta ; 3.\beta ; 4.\beta) = (0,09 ; 0,18 ; 0,27 ; 0,36)$ . Тогава зависимостите получени за широчината на струята  $b(\beta, x)$  се получават съответно :

$$b_1 = 27,3 \cdot (0,09)^2 \cdot x = 0,221 \cdot x$$

$$b_2 = 27,3 \cdot (0,18)^2 \cdot x = 0,885 \cdot x$$

$$b_3 = 27,3 \cdot (0,27)^2 \cdot x = 1,99 \cdot x$$

$$b_4 = 27,3 \cdot (0,36)^2 \cdot x = 3,538 \cdot x$$

4. Затихването на максималната скорост ( по оста на струята )  $U_m$  по дължина на течението и в зависимост  $\beta - U_m(\beta, x)$  :

$$U_{m1} = \sqrt{\frac{I_o}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{b} = \sqrt{\frac{113,1}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{0,221 \cdot x} = \frac{74,167}{x}$$

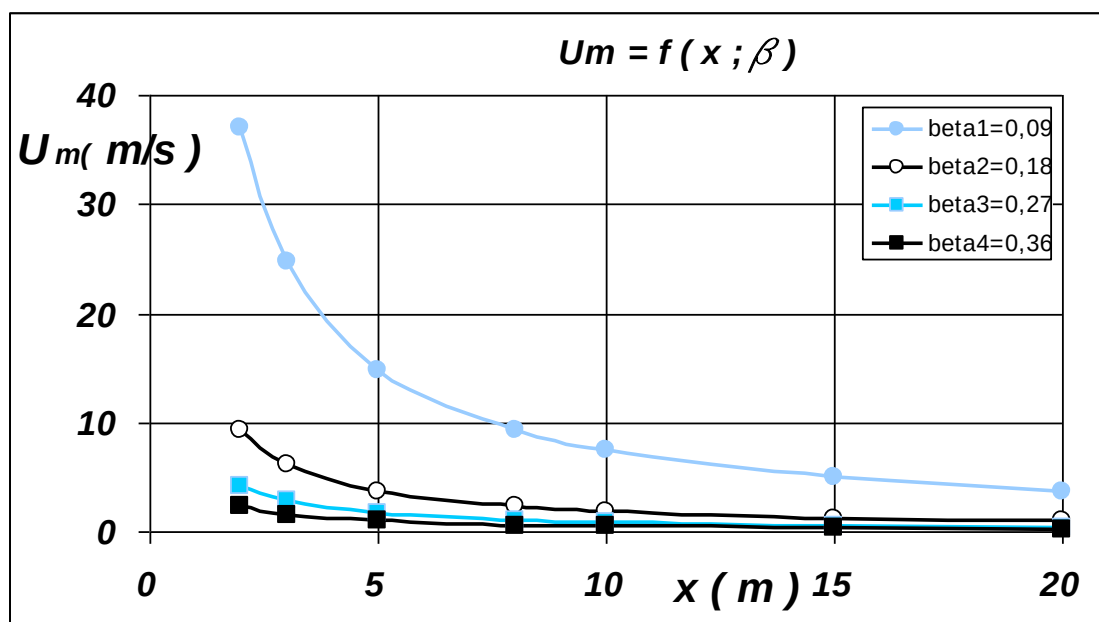
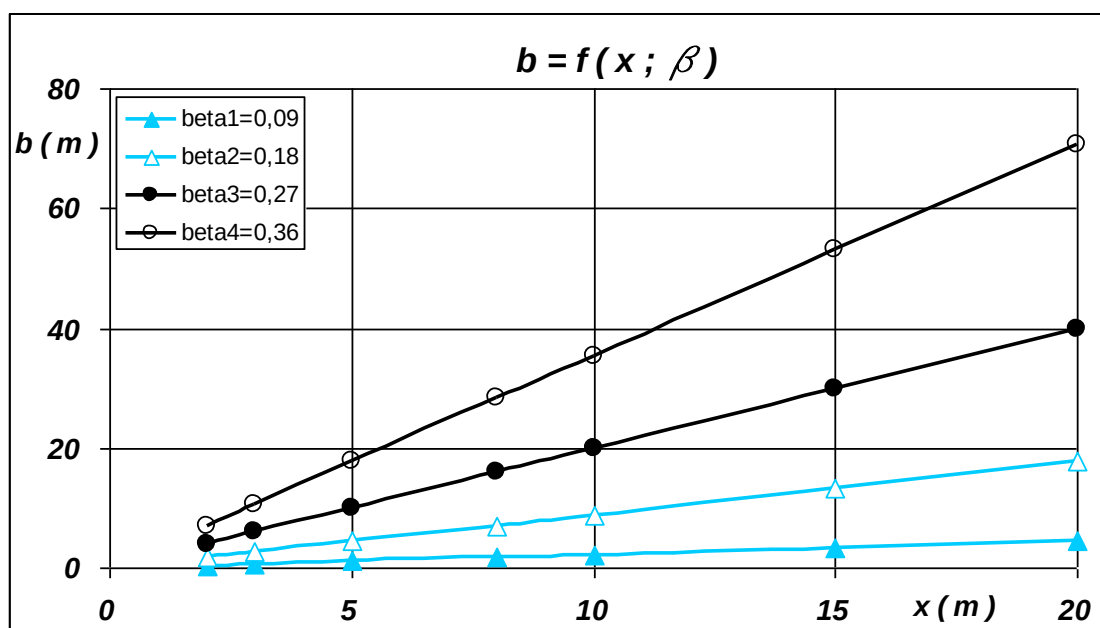
$$U_{m2} = \sqrt{\frac{I_o}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{b} = \sqrt{\frac{113,1}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{0,885 \cdot x} = \frac{18,521}{x}$$

$$U_{m3} = \sqrt{\frac{I_o}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{b} = \sqrt{\frac{113,1}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{1,99 \cdot x} = \frac{8,237}{x}$$

$$U_{m4} = \sqrt{\frac{I_o}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{b} = \sqrt{\frac{113,1}{2 \cdot \pi \cdot 0,067}} \cdot \frac{1}{3,538 \cdot x} = \frac{4,633}{x}$$

| x ( m )            | 2     | 3      | 5     | 8      | 10    | 15     | 20    |
|--------------------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|
| b <sub>1</sub> (m) | 0,442 | 0,663  | 1,105 | 1,768  | 2,21  | 3,315  | 4,42  |
| b <sub>2</sub> (m) | 1,77  | 2,655  | 4,425 | 7,08   | 8,85  | 13,275 | 17,7  |
| b <sub>3</sub> (m) | 3,98  | 5,97   | 9,95  | 15,92  | 19,9  | 29,85  | 39,8  |
| b <sub>4</sub> (m) | 7,076 | 10,614 | 17,69 | 28,304 | 35,38 | 53,07  | 70,76 |

| x ( m )               | 2     | 3     | 5     | 8    | 10   | 15   | 20   |
|-----------------------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
| Um <sub>1</sub> (m/s) | 37,08 | 24,72 | 14,83 | 9,27 | 7,42 | 4,94 | 3,71 |
| Um <sub>2</sub> (m/s) | 9,26  | 6,17  | 3,7   | 2,31 | 1,85 | 1,23 | 0,93 |
| Um <sub>3</sub> (m/s) | 4,12  | 2,75  | 1,65  | 1,03 | 0,82 | 0,55 | 0,41 |
| Um <sub>4</sub> (m/s) | 2,32  | 1,54  | 0,93  | 0,58 | 0,46 | 0,31 | 0,23 |



### ЗАДАЧА 1.6

1.6 Определете изменението на дебелината на струйния граничен слой  **$b$** , границата на потенциалното ядро  $y_1$ , външната граница на размесване  $y_2$  и дължината на потенциалното ядро за началния участък на плоска турбулентна струя с отношение на началните скорости  $m = 0,25$

ако началната турбулентност изразена през  $\beta$  се увеличава както следва:  
 $\beta = \beta_o$  ; 2.  $\beta_o$  ; 4.  $\beta_o$  при  $\beta_o = 0,097$  . Началната полуширочина на струята  $b_o = 0,05 \text{ m}$  .

### ***Решение:***

Тази задача се отнася до изследването на начален участък на плоска турбулентна струя, изтичаща в спътно неограничено течение. Характеристи-ките и схемата на такова течение са дадени в [1], [3] стр.82.

1. Дебелината на струйния граничен слой  $b$  се определя по зависимостта (4.53) стр.82 [1] :

$$\bar{b} = 40,9 \cdot \beta^2 \cdot \left[ \frac{|1-m|}{1+0,935 \cdot m} \right] \cdot \bar{x}$$

и в размерен вид :

$$\begin{aligned} b &= 40,9 \cdot \beta^2 \cdot \left[ \frac{|1-m|}{1+0,935 \cdot m} \right] \cdot x = \\ &= 40,9 \cdot 0,097^2 \cdot \left[ \frac{|1-0,25|}{1+0,935 \cdot m} \right] \cdot x = 0,234 \cdot x \end{aligned}$$

2. Дължината на потенциалното ядро за началния участък  $x_n$  се определя по зависимостта (4.56) стр.82 [1] :

$$\bar{x}_n = \frac{1+0,935 \cdot m}{40,9 \cdot \beta^2 \cdot |1-m| \cdot (0,134 \cdot m + 0,416)}$$

или

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{b_o \cdot (1+0,935 \cdot m)}{40,9 \cdot \beta^2 \cdot |1-m| \cdot (0,134 \cdot m + 0,416)} = \\ &= \frac{0,05 \cdot (1+0,935 \cdot 0,25)}{40,9 \cdot 0,097^2 \cdot |1-0,25| \cdot (0,134 \cdot 0,25 + 0,416)} = 0,475m \end{aligned}$$

3. Ординатата на вътрешната граница на потенциалното ядро  $y_1$  (или зоната на смесване) се определя по зависимостта (4.54) стр.82 [1] :

$$\bar{y}_1 = 1 - (0,134 \cdot m + 0,416) \cdot \bar{b}$$

и в размерен вид :

$$\begin{aligned} y_1 &= b_o - (0,134 \cdot m + 0,416) \cdot b = \\ &= 0,05 - (0,134 \cdot 0,25 + 0,416) \cdot 0,234 \cdot x = 0,05 - 0,105 \cdot x \end{aligned}$$

4. Ординатата на външната граница на слоя на размесване  $y_2$  се определя по зависимостта (4.55) стр.82 [1] :

$$\bar{y}_2 = 1 + (0,584 - 0,134 \cdot m) \cdot \bar{b}$$

и съответно в размерен вид :

$$\begin{aligned} y_2 &= b_o + (0,584 - 0,134 \cdot m) \cdot b = \\ &= 0,05 + (0,584 - 0,134 \cdot 0,25) \cdot 0,234 \cdot x = 0,05 + 0,129 \cdot x \end{aligned}$$

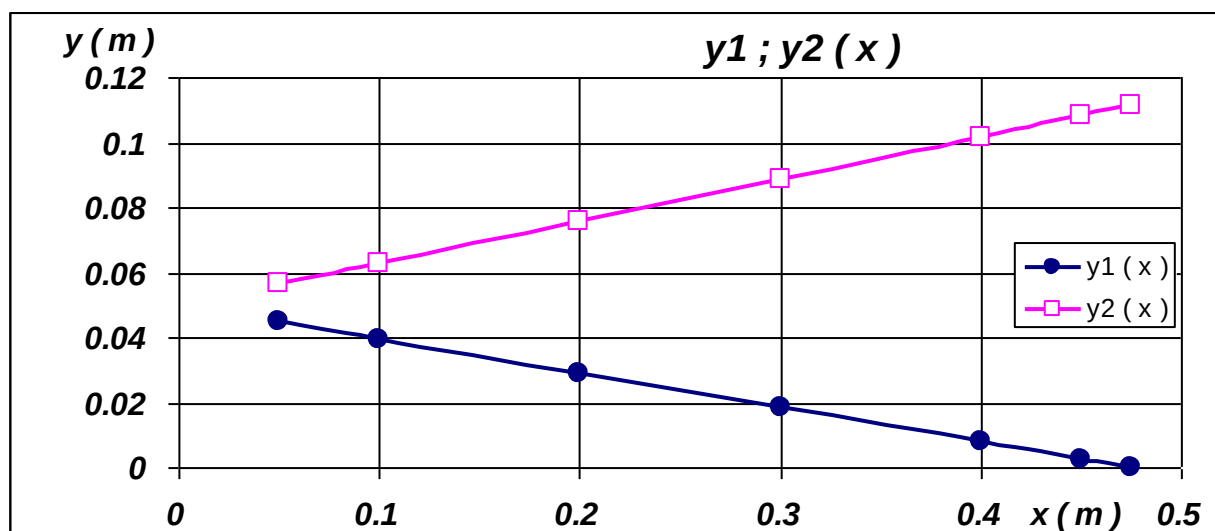
5. За различни сечения на началния участък ( по  $x$  ) се получават характеристиките –  $b$  ;  $y_1$  ;  $y_2$  . Резултатите от изчисленията по т.1, 3 и 4 са дадени в таблицата по долу.

$$\begin{aligned} b &= 0,234 \cdot x \\ y_1 &= 0,05 - 0,105 \cdot x \\ y_2 &= 0,05 + 0,129 \cdot x \end{aligned}$$

|                    |        |        |        |        |        |        |        |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x (m)              | 0,05   | 0,1    | 0,2    | 0,3    | 0,4    | 0,45   | 0,475  |
| b(m)               | 0,0117 | 0,0234 | 0,0468 | 0,0702 | 0,0936 | 0,1053 | 0,1112 |
| y <sub>1</sub> (m) | 0,0448 | 0,0395 | 0,029  | 0,0185 | 0,008  | 0,0028 | 0,0001 |
| y <sub>2</sub> (m) | 0,0565 | 0,0629 | 0,0758 | 0,0887 | 0,1016 | 0,1081 | 0,1113 |

Проверка на резултатите е връзката между характеристиките :

$$y_2 = y_1 + b$$



6. Изчисленията се правят и за другите стойност на  $\beta = 2 \cdot \beta_o ; 4 \cdot \beta_o$  и се представят зависимостите на :

$$x_n ; b ; y_1 ; y_2 = f(x ; \beta)$$

Например за  $\beta = 2 \cdot 0,097 = 0,194$  за дължината на потенциалното ядро за началния участък  $x_n$  се получава :

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{b_o \cdot (1 + 0,935 \cdot m)}{40,9 \cdot \beta^2 \cdot |1 - m| \cdot (0,134 \cdot m + 0,416)} = \\ &= \frac{0,05 \cdot (1 + 0,935 \cdot 0,25)}{40,9 \cdot 0,194^2 \cdot |1 - 0,25| \cdot (0,134 \cdot 0,25 + 0,416)} = 0,119m \end{aligned}$$

За  $\beta = 4 \cdot 0,097 = 0,388$  -

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{b_o \cdot (1 + 0,935 \cdot m)}{40,9 \cdot \beta^2 \cdot |1 - m| \cdot (0,134 \cdot m + 0,416)} = \\ &= \frac{0,05 \cdot (1 + 0,935 \cdot 0,25)}{40,9 \cdot 0,388^2 \cdot |1 - 0,25| \cdot (0,134 \cdot 0,25 + 0,416)} = 0,03m \end{aligned}$$

Доказва се заключението, че с повишаване турбулентността на течението (  $\beta$  ) дължината на потенциалното ядро за началния участък  $X_H$  намалява .

### ЗАДАЧА 1.7

1.7 Вертикална плоска неизотермична турбулентна струя с положителна подъемна сила изтича при следните начални условия във въздушна среда:  $U_o = 40 \text{ m/s}$  ;  $T_o = 497 \text{ K}$  ;  $T_{ok} = 297 \text{ K}$  ;  $b_o = 1 \text{ m}$  .

Определете изменението на  $\bar{u}_m$  (затихването на максималната скорост) и  $\overline{\Delta\rho_m}$  (изменението на относителната разлика в плътностите) в зависимост от височината  $\bar{X}$  над началното сечение ( в първия участък на течението ) и начертайте тази зависимост.

### Решение:

1. Затихването ( изменението ) на относителната скорост по оста на изследваната струя може да се определи по зависимостта (5.21) стр.115 [1] :

$$\bar{u}_m = A_u \cdot n^{-0,5} \cdot \left(\bar{x}\right)^{-(j+1)/2}$$

където стойности на параметрите са обезразмерени с тези в началното сечение:  $\bar{u}_m = \frac{U_m}{U_o}$  ;  $\overline{\Delta\rho_m} = \frac{\Delta\rho_m}{\Delta\rho_o}$  ; безразмерното отношение на плътностите е  $n = \frac{\rho_{ok}}{\rho_o}$  .

Трябва да се уточни, че тази зависимост се отнася за първия участък на струята ( с определящи инерционни сили ) и той започва след начален участък.

1.1 От уравнението за състоянието на газа

$$p / \rho = R \cdot T \rightarrow \rho = p / (R \cdot T) \rightarrow n = \frac{\rho_{ок}}{\rho_o} = \frac{T_o}{T_{ок}} = \frac{497}{297} = 1,673$$

1.2 Коефициента  $A_u$  се определя по табл.5.1 стр.115 [1] :

$$A_u = (2^{2j+1} \cdot A_1 \cdot c_{b1}^{j+1})^{-1/2}$$

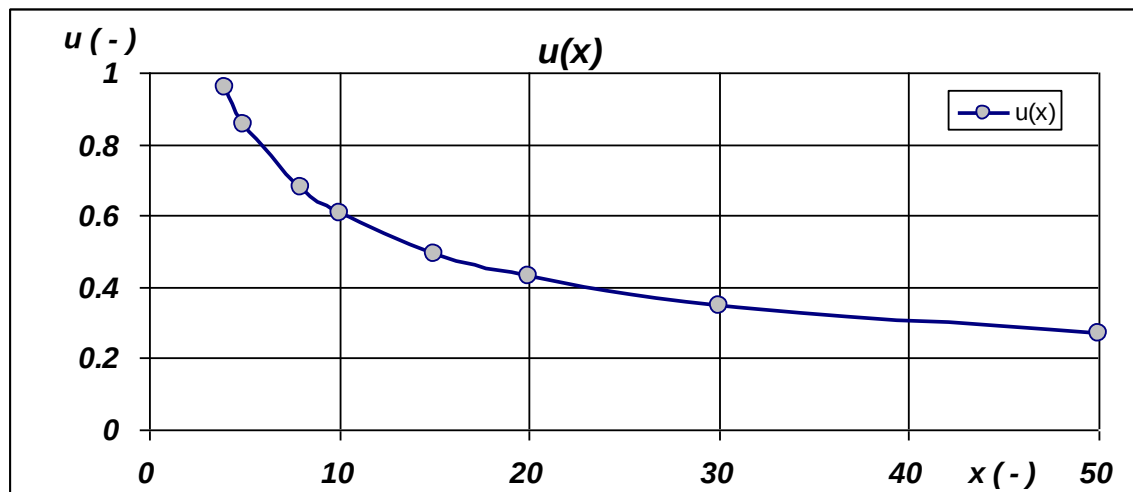
За плоска струя -  $j = 0$  ;  $A_1 = 0,316$  ( стр.81 табл.4.1 [1] ) ;  
коэффициента на пропорционалност ( коеф. на разширение на струята )  $c_{b1}$   
= 0,22 ( стр.121 [1] ) или  $c_{b1} = 0,258$  ( за първи участък по [3] ):

$$A_u = (2^{2 \cdot 0 + 1} \cdot 0,316 \cdot 0,258^{0+1})^{-1/2} = 2,476$$

Тогава окончателно се получава :

$$\overline{u_m} = A_u \cdot n^{-0,5} \cdot \left(\frac{-}{x}\right)^{-(j+1)/2} = 2,476 \cdot \frac{1}{\sqrt{1,673} \cdot \sqrt{x}} = \frac{1,914}{\sqrt{x}}$$

|                  |       |       |       |      |      |      |      |      |
|------------------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|
| $\frac{-}{x}$    | 4     | 5     | 8     | 10   | 15   | 20   | 30   | 50   |
| $\overline{u_m}$ | 0,957 | 0,856 | 0,676 | 0,61 | 0,49 | 0,43 | 0,35 | 0,27 |



2. Изменението на относителната разлика в плътностите  $\overline{\Delta\rho_m} = f(\overline{x})$  в първи участък на течението се определя по зависимост (5.22) стр.115 [1] :

$$\overline{\Delta\rho_m} = A_\rho \cdot n^{0,5} \cdot (\overline{x})^{-(j+1)/2}$$

Коефициента  $A_\rho$  се определя по табл.5.1 стр.115 [1] като :

$$A_\rho = A_u^{-1} \cdot (2^{2j+1} \cdot A_3 \cdot c_{b1}^{j+1})^{-1}$$

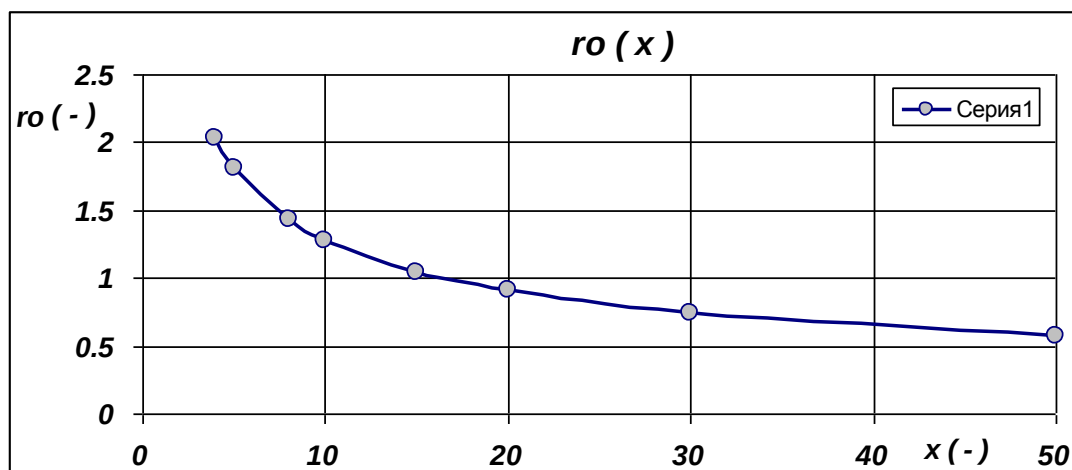
За плоска струя -  $j = 0$  ;  $A_3 = 0,25$  ( стр.81 табл.4.1 [1] ) ;  
коэффициента на пропорционалност ( коэф. на разширение на струята )  $c_{b1} = 0,22$  ( стр.121 [1] ) или  $c_{b1} = 0,258$  ( за първи участък по [3] )

$$A_\rho = \frac{1}{2,476} \cdot (2^{2 \cdot 0 + 1} \cdot 0,25 \cdot 0,258^{0+1})^{-1} = 3,131$$

Тогава за  $\overline{\Delta\rho_m}$  се получава :

$$\overline{\Delta\rho_m} = A_\rho \cdot n^{0,5} \cdot (\overline{x})^{-(j+1)/2} = 3,131 \cdot \sqrt{1,673} \cdot \overline{x}^{-0,5} = \frac{4,05}{\sqrt{\overline{x}}}$$

|                           |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\bar{x}$                 | 4    | 5    | 8    | 10   | 15   | 20   | 30   | 50   |
| $\overline{\Delta\rho_m}$ | 2,03 | 1,81 | 1,43 | 1,28 | 1,05 | 0,91 | 0,74 | 0,57 |



### ЗАДАЧА 1.8

1.8 Определете изменението на максималната скорост  $\overline{u_m}$  и максималната разлика в плътностите  $\overline{\Delta\rho_m}$  при вертикална ососиметрична неизмотермична струя с положителна подъемна сила в третия участък от течението. Струята изтича с начална скорост  $U_o = 40 \text{ m/s}$  и начален радиус  $r_o = 1 \text{ m}$  в среда с температура  $T_{ok} = 293 \text{ K}$ . Как ще се променят параметрите на течението по оста  $\bar{x}$ , ако температурата на струята се мени в границите  $T_2 = 303 \text{ K}; 503 \text{ K}; 903 \text{ K}$ .

### **Решение:**

1. Затихването (изменението) на относителната скорост по оста на изследваната струя за трети участък където преобладаваща е подемната сила може да се определи по зависимостта ( 5.21 ) стр.115 [1] :

$$\overline{u_m} = B_u \cdot Ar_o^{1/3} \cdot n^{-1/3} \cdot (\overline{x})^{-j/3}$$

1.1 Коефициентът  $B_u$  се определя по табл.5.1 стр.115 [1]

$$B_u = \left[ \frac{3 \cdot A_2}{2^{2j+1} \cdot (j+3) \cdot A_1 \cdot A_3 \cdot c_{b2}^{j+1}} \right]^{1/3}$$

- за ососиметрична -  $j=1$  ;
- от табл.4.1 стр.81[1] -  $A_1=0,067$  ;  $A_2 = 0,164$  ;  $A_3 = 0,044$  ;
- коефициента на пропорционалност (коэф. на разширение на струята)  $c_{b1} = 0,22$  ( стр.121 [1] ).

$$B_u = \left[ \frac{3 \cdot 0,164}{2^{2 \cdot 1 + 1} \cdot (1+3) \cdot 0,067 \cdot 0,044 \cdot 0,22^{1+1}} \right]^{1/3} = 4,759$$

1.2 Числото на Архимед се определя по зависимостта(5.14)стр.112 [1]:

$$Ar_o = \left( \frac{\rho_{ok}}{\rho_o} - 1 \right) \cdot \frac{g \cdot d}{u^2}$$

$$\text{за } T_2 = 303 \text{ K} \quad n = \frac{\rho_{ok}}{\rho_o} = \frac{T_o}{T_{ok}} = \frac{303}{293} = 1,034$$

$$d = 2 \cdot r_o = 2 \cdot 1 = 2 \text{ m}$$

$$Ar_o = (1,034 - 1) \cdot \frac{9,81 \cdot 2}{40^2} = 0,417 \cdot 10^{-3}$$

Окончателно се получава :

$$\begin{aligned}\overline{u_m} &= B_u \cdot Ar_o^{1/3} \cdot n^{-1/3} \cdot (\overline{x})^{-j/3} = \\ &= 4,759 \cdot (0,417 \cdot 10^{-3})^{1/3} \cdot \frac{1}{(1,034)^{1/3}} \cdot \frac{1}{(\overline{x})^{1/3}} = \frac{0,352}{\sqrt[3]{\overline{x}}}\end{aligned}$$

2. Аналогично се определят характеристиките на струята и при другите температури :

$$2.1 \quad T_2 = 503 \text{ K} \quad n = \frac{\rho_{ок}}{\rho_o} = \frac{T_o}{T_{ок}} = \frac{503}{293} = 1,717$$

$$Ar_o = (1,717 - 1) \cdot \frac{9,81 \cdot 2}{40^2} = 8,79 \cdot 10^{-3}$$

$$\begin{aligned}\overline{u_m} &= B_u \cdot Ar_o^{1/3} \cdot n^{-1/3} \cdot (\overline{x})^{-j/3} = \\ &= 4,759 \cdot (8,79 \cdot 10^{-3})^{1/3} \cdot \frac{1}{(1,717)^{1/3}} \cdot \frac{1}{(\overline{x})^{1/3}} = \frac{0,819}{\sqrt[3]{\overline{x}}}\end{aligned}$$

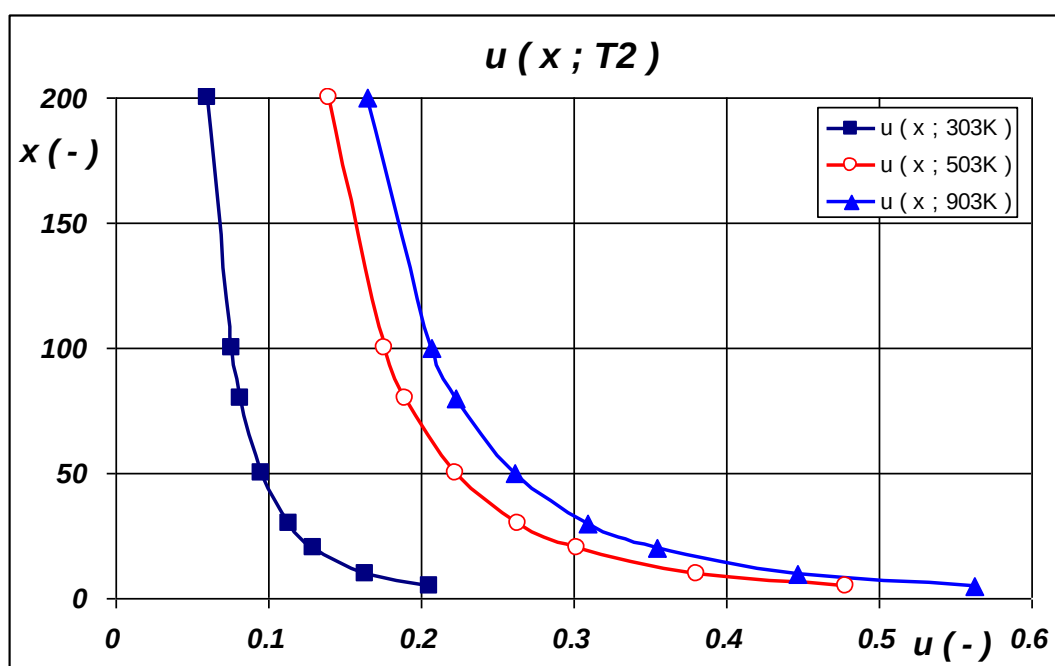
$$2.2 \quad T_2 = 903 \text{ K} \quad n = \frac{\rho_{ок}}{\rho_o} = \frac{T_o}{T_{ок}} = \frac{903}{293} = 3,082$$

$$Ar_o = (3,082 - 1) \cdot \frac{9,81 \cdot 2}{40^2} = 25,53 \cdot 10^{-3}$$

$$\begin{aligned}\overline{u_m} &= B_u \cdot Ar_o^{1/3} \cdot n^{-1/3} \cdot (\overline{x})^{-j/3} = \\ &= 4,759 \cdot (25,53 \cdot 10^{-3})^{1/3} \cdot \frac{1}{(3,082)^{1/3}} \cdot \frac{1}{(\overline{x})^{1/3}} = \frac{0,962}{\sqrt[3]{\overline{x}}}\end{aligned}$$

Тогава окончателно по височината на струята  $\overline{x}$  за затихването на относителната скорост по оста на струята  $\overline{u_m}$  , при различните температури на струята  $T_2$  по последните зависимости се получава :

| $T_2(K)$ | $\bar{x}$           | 5     | 10    | 20    | 30    | 50    | 80    | 100   | 200   |
|----------|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 303      | $\overline{u_{m1}}$ | 0,206 | 0,163 | 0,130 | 0,113 | 0,095 | 0,082 | 0,076 | 0,060 |
| 503      | $\overline{u_{m2}}$ | 0,479 | 0,380 | 0,302 | 0,264 | 0,222 | 0,190 | 0,176 | 0,140 |
| 903      | $\overline{u_{m3}}$ | 0,563 | 0,447 | 0,354 | 0,310 | 0,261 | 0,223 | 0,207 | 0,165 |



### ЗАДАЧА 1.14

1.14. Определете максималната височина (далекобойност) на вертикална неизмотермична струя с отрицателна подъемна сила при :

$$d_0 = 0,5 \text{ m} ; T_{ok} = 293\text{K} ; T_0 = 273\text{K} ; U_0 = 30 \text{ m/s} .$$

**Решение:**

Тази задача е случай, когато посоката на течението не съвпада с посоката на подъемната сила и затова се наблюдава вертикална струя с

отрицателна подъемна сила. Вследствие на това несъвпадение отрицателната подъемна сила действа в противна посока на инерционните сили на струята, което в даден момент води до обръщане на посоката на течението. Подобни струйни течения възникват при изтичане на по-хладна струя вертикално нагоре в среда с по-висока температура или обратно – разпространение на загрята струя, насочена надолу в по-хладна среда.

Важна характеристика на вертикалната струя е отрицателна подъемна сила е нейната далекобойност, респективно максималната височина, на която се издига или дълбочина, на която прониква в дадена по-плътна среда.

Далекобойността ( относителната ) на такава струя се определя по формула 5.42 , стр. 121 [1].

$$\bar{L} = \frac{6,5}{\sqrt{|Ar_o| \cdot n^{1/2}}}$$

където:  $n$  - безразмерното отношение на плътностите ;

$$n = \frac{\rho_{ок}}{\rho_o} = \frac{T_o}{T_{ок}} = \frac{273}{293} = 0,935$$

$Ar$  – Архимедово число;

$$Ar = (n - 1) \cdot \frac{g \cdot d}{U_o^2} = (0,935 - 1) \cdot \frac{9,81 \cdot 0,5}{30^2} = -0,354 \cdot 10^{-3}$$

$$\bar{L} = \frac{6,5}{\sqrt{|Ar_o| \cdot n^{1/2}}} = \frac{6,5}{\sqrt{|-0,354 \cdot 10^{-3}| \cdot \sqrt{0,935}}} = 351,2$$

За далекобойността на струята се получава :

$$\bar{L} = \frac{x_m}{r_o} \quad \rightarrow \quad x_m = \bar{L} \cdot r_o = 351,2 \cdot 0,25 = 87,8m$$

## РЕШЕНИ ЗАДАЧИ - ВТОРА ЧАСТ

### ЗАДАЧА 2.5

2.5 Определете дължината на хоризонталния пробег на частица примеси  $x_{\infty}$  при следните начални условия: диаметър на частицата -  $D_p = 250 \mu m$ ; плътност на флуида -  $\rho_g^o = 1,2 \text{ kg/m}^3$ ; плътност на частицата примес -  $\rho_p = 1000 \text{ kg/m}^3$ ; температурата на флуида -  $T_g^o = 293 \text{ K}$ ; началната скорост на частицата примес -  $U_{po} = 35 \text{ m/s}$ .

#### Решение:

Върху движението на частицата оказват влияние и физичните свойства на носещата среда като плътност, вискозитет и др.

За определяне дължината на хоризонталният пробег на частицата, респективно дължината на прилепване се използва формула ( 5.49-стр.125) [1] :

$$x_{\infty} = A^{-1} \cdot \ln \left( \frac{A \cdot U_{po}}{B} - 1 \right)$$

$$\text{където } A = 0,096 \frac{\rho_g^o}{\rho_p^o} \cdot \frac{1}{D_p} = 0,096 \cdot \frac{1,2}{1000} \cdot \frac{1}{250 \cdot 10^{-6}} = 0,4068$$

$$B = 100 \cdot \frac{A \cdot \nu}{D_p} = 100 \cdot \frac{0,4068 \cdot 14,9 \cdot 10^{-6}}{250 \cdot 10^{-6}} = 2,7464$$

$$\begin{aligned} - \nu &= 14,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ - кинем. вискозитет на въздуха при} \\ &T_g^o = 293 \text{ K (табл.1)} \end{aligned}$$

$$x_{\infty} = \frac{1}{0,4068} \cdot \ln \left( \frac{0,4068 \cdot 35}{2,7464} - 1 \right) = 3,518 \text{ m}$$

## ЗАДАЧА 2. 7

Определете траекторията на движеща се във въздушна среда частица примеси при следните условия:  $U_g = 5 \text{ m/s}$  ;  $D_p = 250 \text{ }\mu\text{m}$  ;  $\rho_g = 1,2 \text{ kg/m}^3$  ;  $\rho_p = 1000 \text{ kg/m}^3$  ;  $T_g = 293 \text{ K}$  .

Указание: Използвайте уравнение (5.51 – стр.126) [1] като приемете  $B_t = 0$  .

### Решение:

Координатите на точка от траекторията на частицата определям по зависимостите :

$$\begin{aligned}x &= U_g \cdot \beta^{-1} \cdot (\beta \cdot t - C) \\y &= g \cdot \beta^{-1} \cdot (1 + B_t) \cdot (t - C \cdot \beta^{-1})\end{aligned}$$

където:  $\beta = 18\nu\rho_g / (D_p^2\rho_p)$  - величина, обратна на времето за

динамична релаксация на частицата  $\tau_\theta$  при възприето  
стоксово съпротивление;

$$C = 1 - \exp(-\beta \cdot t) ;$$

Определям :

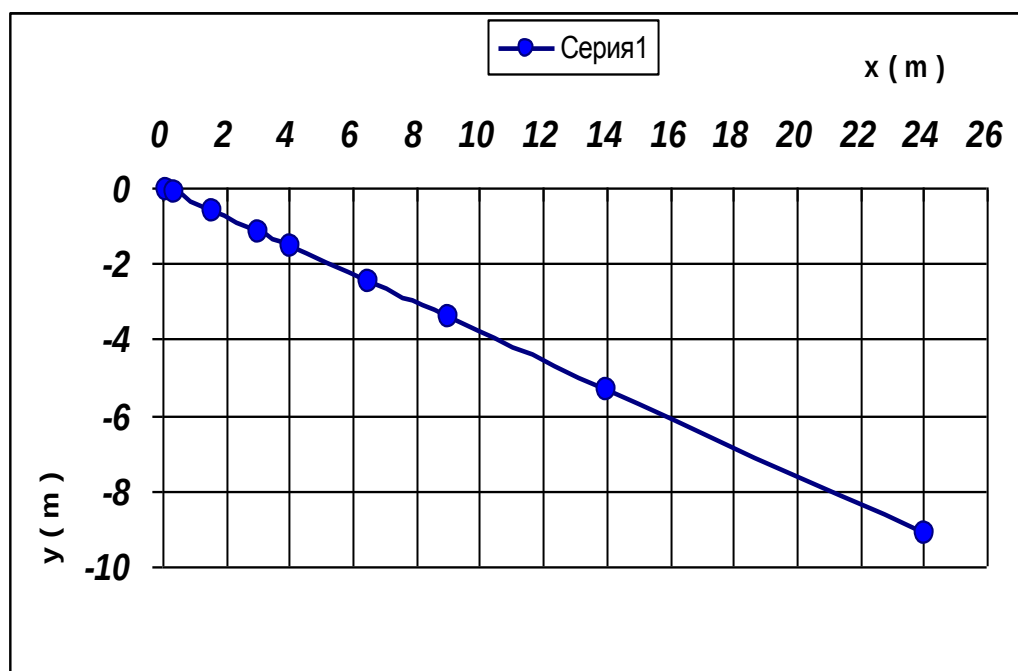
$$\begin{aligned}\beta &= \frac{18 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2}{(0,25 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1000} = 5,1494 \\C &= 1 - e^{(-5,1494 \cdot t)}\end{aligned}$$

Тогава за  $x$  и  $y$  се получава :

$$x = \frac{5}{5,1494} \cdot (5,1494 \cdot t - 1 + e^{-5,1494 \cdot t}) = 0,971 \cdot (5,1494 \cdot t - 1 + e^{-5,1494 \cdot t})$$

$$y = \frac{g}{5,1494} \cdot (1 + 0) \cdot (t - \frac{1 - e^{-5,1494 \cdot t}}{5,1494}) = 0,37 \cdot (5,1494 \cdot t - 1 + e^{-5,1494 \cdot t})$$

|        |       |       |       |       |       |      |      |       |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|-------|-------|
| $t(s)$ | 0.1   | 0.3   | 0.5   | 0.8   | 1     | 1.5  | 2    | 3     | 5     |
| $x(m)$ | 0.109 | 0.376 | 1.603 | 3.045 | 4.035 | 6.53 | 9.03 | 14.03 | 24.03 |
| $y(m)$ | 0.042 | 0.143 | 0.611 | 1.16  | 1.541 | 2.49 | 3.44 | 5.35  | 9.156 |



### ЗАДАЧА 2.10

2.10 Как ще се промени ъгъла на наклона на траекторията  $\alpha$  на твърда частица примеси движеща се в газова среда при следните условия :  $U_g = 2 \text{ m/s}$  ;  $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$  ;  $T_g = 393\text{K}$  ;  $D_p = 250 \text{ }\mu\text{m}$  , ако  $B_t = 0$  ;  $0.8$  ;  $1.5$  ;  $2$  .

**Решение:**

Ъгълът на наклона на траекторията на частицата към абцисата се определя по (5.51 – стр.126) [1] :

$$\alpha = \arctg \left[ g \cdot \frac{(1 + B_t)}{\beta \cdot U_g} \right]$$

където:

$B_t$  - отношението на силата от термофореа към силата от собствено тегло.

$$\beta = \frac{18\nu\rho_g}{D_p^2\rho_p}$$

$\rho_g = 1.2 \text{ kg/m}^3$  – плътност на въздуха

$\nu$  – кинематичен вискозитет за  $T_g = 393 \text{ K} \rightarrow \nu = 25,23 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

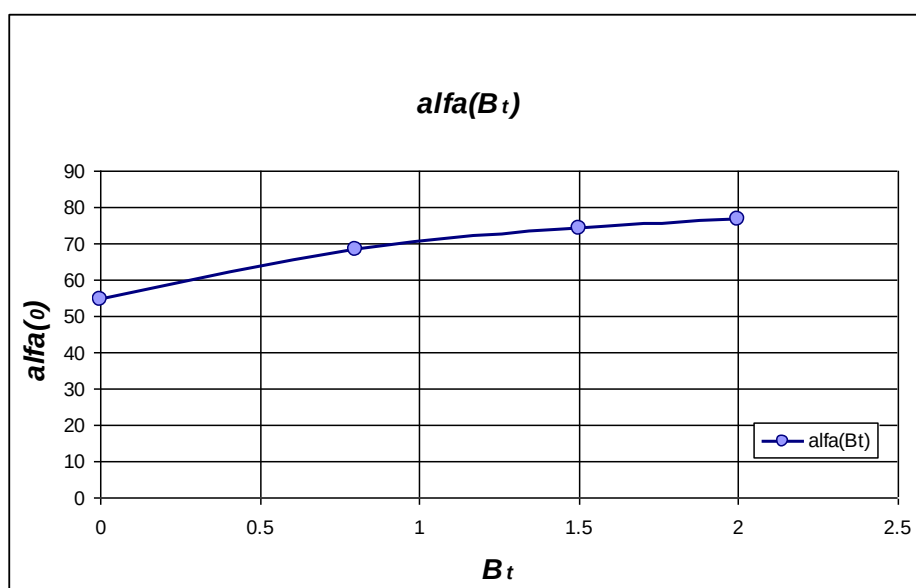
Тогава се получава :

$$\beta = \frac{18 \cdot 25,23 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2}{(0,25 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 2500} = 3,488$$

За  $B_t = 0$

$$\alpha = \arctg \left[ 9,81 \cdot \frac{(1+0)}{3,488 \cdot 2} \right] = 54,6^\circ$$

| $B_t$              | 0              | 0.8            | 1.5            | 2              |
|--------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $\alpha(^{\circ})$ | $54.6^{\circ}$ | $68.4^{\circ}$ | $74.1^{\circ}$ | $76.7^{\circ}$ |



### ЗАДАЧА 2.12

2.12 Единична частица примеси изтича от височина спрямо хоризонтална равнина  $H = 2 \text{ m}$  със скорост  $U_{Po} = 40 \text{ m/s}$ , другите условия са : диаметър  $D_p = 250 \mu\text{m}$ ;  $T_g = 293 \text{ K}$ ;  $\rho_p^0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $B_t = 0$

Определете точката ( координатата) по  $x$ , в която частицата ще достигне хоризонталната повърхност. Решете задачата и при начална скорост -  $U_{Po} = 5 \text{ m/s}$ .

#### Решение:

Отчитайки, че търсената координата по  $x$ , се получава при  $y = H = 2 \text{ m}$ , от (5.51 – стр.126) [1] получавам :

$$y = g \cdot \beta^{-1} \cdot (1 + B_t) \cdot (t - C \cdot \beta^{-1})$$

където:  $\beta = 18\nu\rho_g / (D_p^2\rho_p)$  - величина, обратна на времето за динамична релаксация на частицата  $\tau_\delta$  при възприето стоксово съпротивление;  
 $C = 1 - \exp(-\beta \cdot t)$ ;

При  $T_g = 293 \text{ K}$  - кинематичния вискозитет на въздуха е  $\nu = 14,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , а  $\rho_g = 1,2 \text{ kg/m}^3$  и тогава :

$$\beta = \frac{18 \cdot 14,9 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2}{(0,25 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1000} = 5,1494$$

$$C = 1 - e^{(-5,1494 \cdot t)}$$

За  $y$  се получава :

$$y = \frac{g}{5,1494} \cdot (1 + 0) \cdot \left( t - \frac{1 - e^{-5,1494t}}{5,1494} \right) =$$

$$= 0,37 \cdot (5,1494 \cdot t - 1 + e^{-5,1494 \cdot t})$$

Числено се решава уравнението  $y = f(t)$ :

|        |              |              |              |              |              |              |
|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $t(s)$ | <b>0.4</b>   | <b>1</b>     | <b>1.2</b>   | <b>1.244</b> | <b>1.25</b>  | <b>1.3</b>   |
| $y(m)$ | <b>0.439</b> | <b>1.537</b> | <b>1.917</b> | <b>2.001</b> | <b>2.012</b> | <b>2.107</b> |

Частичката ще достигне координатата  $y = H = 2 \text{ m}$  в момента  $t = 1,244$  s. Тогава разстоянието по  $x$  при  $U_{p0} = 40 \text{ m/s}$  е :

$$x = U_g \cdot \beta^{-1} \cdot (\beta \cdot t - C) =$$

$$= 40 \cdot 5,1494^{-1} \cdot (5,1494 \cdot 1,244 - 1 + e^{-5,1494 \cdot 1,244}) = 42,005 \text{ m}$$

Аналогично при скорост на частицата  $U_{p0} = 5 \text{ m/s}$  :

$$x = U_g \cdot \beta^{-1} \cdot (\beta \cdot t - C) =$$

$$= 5 \cdot 5,1494^{-1} \cdot (5,1494 \cdot 1,244 - 1 + e^{-5,1494 \cdot 1,244}) = 5,251 \text{ m}$$

## ***ЛИТЕРАТУРА***

- [1] Антонов , И., Приложна механика на флуидите , изд. на ТУ -  
София, 2009.**
  
- [2] Антонов , И. , А. Терзиев , Учебно пособие по приложна механика  
на флуидите, изд. на ТУ-София , 2012.**
  
- [3] Абрамович , Г. Н. , Т.А.Гиршович и др. , Теория турбулентных  
струй , М. , Наука , 1984 .**

## **С Ъ Д Ъ Р Ж А Н И Е**

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Първа част.</b> Теория на турбулентните струи                     | 3  |
| <b>Втора част.</b> Двухазни течения                                  | 9  |
| <b>Трета част.</b> Хидравлични съпротивления при<br>двухазни течения | 14 |
| <b>Примерен тест</b> по „Приложна механика на<br>флуидите”           | 15 |
| <b>Решени задачи</b>                                                 |    |
| - първа част -( 1.1 ; 1.2 ; 1.3 ; 1.6 ; 1.7 ; 1.8 ; 1.14 )           | 20 |
| - втора част -( 2.5; 2.7; 2.10; 2.12 )                               | 39 |
| <b>Литература</b>                                                    | 45 |
| <b>Съдържание</b>                                                    | 46 |

***Сборник примерни задачи и тестови въпроси  
по „Приложна механика на флуидите”***

---

***Автори :***

***проф. д-р инж. Иван Антонов***

***гл.ас. д-р инж. Петко Цанков***

***маг. инж. Камен Грозданов***

***Рецензент :***

***доц. д-р инж. Ангел Терзиев***

***София - 06. 2012***